

# Projet de fin d'étude

**Février 2024 - Juillet 2024**

Travail de recherche sur une utilisation industrielle du critère de Dang Van.

Thomas Schmidt

7 novembre 2024

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Saint-Etienne (ENISE)  
58 rue Jean Parot – 42023 Saint-Étienne

Service Technique des Remontées Mécaniques et Transports Guidés (STRMTG)  
1461 Rue de la Piscine, 38400 Saint-Martin-d'Hères

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'un projet de fin d'étude au sein du STRMTG encadré par une équipe d'enseignants et d'enseignants chercheurs de l'ENISE. Ce document traite de la partie technique abordée au cours de ce stage. Vous trouverez en annexe la partie "métier" du stage.

## Remerciements

Je voudrais d'abord remercier mon maitre de stage Benjamin Causse et Rémy Bernot pour m'avoir accompagné tout au long de mon stage. Un merci plus général à Benjamin et Rémy pour leur bonne humeur quotidienne au bureau, pour la transmission de leur savoir et pour les discussions passionnantes que j'ai pu entretenir avec eux. Un immense merci de m'avoir confié ce projet et de m'avoir fait confiance. Vous m'avez offert la possibilité de m'épanouir dans un domaine qui me passionne. J'ai énormément appris et j'ai énormément apprécié apprendre à vos côtés. Je garderai des souvenirs mémorables de tout ces moments passés à vos côtés.

Je tenais aussi à remercier tout particulièrement la professeur responsable ENISE Françoise Fauvin qui m'a soutenu avec passion tout au long de ce fantastique projet auquel j'ai eu la chance de participer. Je remercie Françoise ainsi qu'Eric Feulvarch pour tout l'enseignement et la patience dont ils ont fait preuve à mon égard. Merci à eux pour leur grande implication tout au long de cette année.

Un merci cette fois-ci un peu plus général qui s'adresse à toute l'équipe du STRMTG pour leur partage et leur bienveillance quotidienne. Je pouvais difficilement rêver mieux comme environnement de travail pour finaliser mes études et entrer dans la vie active.

Merci à Daniel Pfeiffer, le directeur du STRMTG ainsi que Stéphane Contardo, le responsable du groupe mécanique de m'avoir accueilli au sein du service.

# Table des Matières

<b>1 Introduction à la fatigue</b>	9
1.1 Définition générale.....	9
1.2 Les types de fatigue .....	9
1.3 Application de la vérification à la fatigue.....	9
1.4 La multiaxialité .....	9
<b>2 Approche expérimentale de la fatigue</b>	10
2.1 Analyse courbe de Wöhler .....	12
<b>3 Le critère de Dang Van : une approche macro-méso</b>	15
3.1 Rappel.....	16
3.1.1 Définition de la pression hydrostatique .....	16
3.1.2 Définition de la contrainte de cisaillement noté T .....	16
3.1.3 Représentation du critère dans l'espace des contraintes principales .....	17
<b>4 Passage à l'échelle mésoscopique</b>	18
4.1 Etat résiduel .....	18
4.1.1 Visualisation des contraintes résiduelles .....	18
4.1.2 Evaluation de $\bar{A}(\bar{y})$ et $\bar{\rho}(\bar{x}; \bar{y})$ avec le modèle Lin-Taylor .....	25
4.2 Critère de Von Mises .....	28
4.2.1 Représentation du critère dans l'espace des contraintes principales .....	28
4.2.2 Ecrouissage cinématique .....	30
4.2.3 Ecrouissage isotrope.....	31
4.2.4 Ecrouissage combiné cinématique et isotrope .....	32
4.2.5 Lien entre Mises et le passage d'échelle macroscopique à mésoscopique .....	33
4.2.6 Multiaxialité et espace des déviateurs .....	34
<b>5 Calcul de la durée de vie</b>	35
5.1 1 <sup>ère</sup> méthode : Projection sur facette .....	35
5.2 2 <sup>ème</sup> méthode : Déviateur et Tresca .....	36
5.3 Evaluation des coefficients a et b.....	38
5.3.1 1 <sup>ière</sup> méthode : projection sur facette .....	38
5.3.2 2 <sup>ème</sup> méthode : déviateur et Tresca .....	45
5.4 Plan de Dang Van .....	51
5.5 Calcul du nombre de cycle en fonction du trajet.....	52
<b>6 Comparaison des résultats</b>	54
6.1 La méthode des Eurocodes .....	54
6.2 Problématique de la méthode.....	56
6.3 Comparaison des résultats entre Eurocode et critère de Dang Van.....	57
<b>7 Perspective et Conclusion</b>	65
<b>8 Présentation du service</b>	68
8.1 Les missions du STRMTG .....	69
8.2 La certification des remontées mécaniques .....	69
<b>9 Compétences acquises</b>	70
<b>10 Missions de terrains</b>	71
10.1 Caractérisation d'un coefficient de frottement pour une attache de câble pour un chariot de téléphérique bi-cable. ....	71
10.2 Conformité du montage d'une gare de télésiège .....	72
10.3 Journées mobilités du réseau scientifique et technique .....	74

## Table des figures

1	Sollicitations cycliques en fatigue .....	10
2	Courbe de Wöhler .....	11
3	Courbes Eurocode de fatigue de l'acier avec une probabilité de non rupture de 95%.....	12
4	Décomposition d'une courbe de fatigue afin de déterminer les équations de droite qui la compose .....	12
5	Représentation du critère de Tresca dans l'espace .....	17
6	Loi de comportement 1D élastoplastique .....	18
7	Une inclusion (le grain), plongée dans une matrice (le volume).....	19
8	Représentation d'un essai de charge aux deux échelles. ....	19
9	Apparition des contraintes résiduelles dans le grain.....	20
10	Equilibre des contraintes dans le VER.....	20
11	Effet des contraintes résiduelles lors d'un nouveau cycle de chargement. ....	21
12	Equilibre globale des contraintes résiduelles. ....	22
13	Représentation du critère de Von Mises - surface de coupe pour $\sigma_3 = 0$ .....	29
14	Représentation du critère de Von Mises - cas plan : $\sigma_3 = 0$ .....	29
15	Représentation du critère de Von Mises - surface de coupe pour $\mathcal{P}_h = 0$ .....	29
16	Représentation du critère de Von Mises - cas plan : $\mathcal{P}_h = 0$ - vue cavalière .....	29
17	Représentation du domaine d'élasticité avec écrouissage cinématique.....	30
18	Représentation du domaine d'élasticité avec écrouissage cinématique - plan du déviateur ...	30
19	Représentation du domaine d'élasticité avec écrouissage isotrope .....	31
20	Représentation du domaine d'élasticité avec écrouissage isotrope - plan du déviateur .....	31
21	Représentation du domaine d'élasticité avec écrouissage cinématique et isotrope .....	32
22	Représentation du domaine d'élasticité avec écrouissage cinématique et isotrope - plan du déviateur .....	32
23	Représentation des domaines d'élasticité mésoscopique (en rouge) et macroscopique (en gris)	33
24	Représentation des domaines d'élasticité mésoscopique et macroscopique - plan du déviateur	33
25	Domaine d'élasticité actuel dans l'espace des déviateurs .....	34
26	Décomposition du vecteur contrainte sur une facette et trajet de chargement décrit par la composante tangentielle .....	35
27	Estimation de la contrainte résiduelle planne $\vec{\tau}^*(\vec{n})$ .....	36
28	Vecteurs contrainte de cisaillement au cours du temps ; traction-compression.....	39
29	Vecteurs contrainte de cisaillement au cours du temps ; traction-compression.....	39
30	Plan de Mohr : cas de traction-compression.....	40
31	Vecteurs contrainte de cisaillement au cours du temps ; torsion pure .....	41
32	Vecteurs contrainte de cisaillement au cours du temps ; torsion pure .....	42
33	Plan de Mohr : cas de torsion pure .....	43
34	Plan du déviateur : cas de traction-compression, échelle macroscopique.....	46
35	Plan du déviateur : cas de traction-compression, échelle mésoscopique .....	47
36	Plan du déviateur : cas de torsion pure, échelle macroscopique.....	49
37	Plan du déviateur : cas de torsion pure, échelle mésoscopique .....	50
38	Plan de Dang Van .....	51
39	Plan de Dang Van : Calage de la droite matériau .....	52
40	Démarche itérative pour déterminer la durée de vie .....	53
41	Les deux cas de charge prépondérants définissant le cycle de chargement d'une poulie.....	54
42	Modèle équivalent du cas de charge n°1 pour pouvoir effectuer la différence .....	55
43	Modèle fictif permettant de déterminer l'étendue de contrainte .....	55
44	Résultats contrainte principale au pire cas dans un système de coordonnées cylindriques du modèle sous le cas de chargement fictif .....	56
45	Evaluation du nombre de cycle en fonction de l'étendue de contrainte.....	57
46	Graphique du nombre de cycle calculé avec les Eurocodes en fonction du rapport de $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ dans le cas d'une variation de $\sigma_2$ . ....	58
47	Graphique du nombre de cycle calculé avec le critère de Dang Van en fonction du rapport de $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ dans le cas d'une variation de $\sigma_2$ . ....	58
48	Graphique du rapport $\frac{N_{DV}}{N_E}$ en fonction du rapport de $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ dans le cas d'une variation de $\sigma_2$ .	59
49	Graphique du nombre de cycle calculé avec les Eurocodes en fonction du rapport de $\frac{\sigma_m}{2 \cdot \sigma_R}$ dans le cas d'une variation de $\sigma_m$ . ....	59
50	Graphique du nombre de cycle calculé avec le critère de Dang Van en fonction du rapport de $\frac{\sigma_m}{2 \cdot \sigma_R}$ dans le cas d'une variation de $\sigma_m$ . ....	60

51	Graphique du rapport $\frac{N_{DV}}{N_E}$ en fonction du rapport de $\frac{\sigma_m}{2 \cdot \sigma_R}$ dans le cas d'une variation de $\sigma_m$ .....	60
52	Graphique du rapport $\frac{N_{DV}}{N_E}$ en fonction du rapport de $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ et $\frac{\sigma_m}{\sigma_R}$ .....	61
53	Graphique du rapport $\frac{N_{DV}}{N_E}$ en fonction du rapport de $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ et $\frac{\sigma_m}{\sigma_R}$ .....	61
54	Modification de l'étendue de contrainte pour détails non soudés ou détensionnés.....	62
55	Number of Survival Cycles (N) according to Eurocode and Dang Van calibrated at R=0, for detail category 80.....	62
56	Etat de contrainte à un instant $t_1$ sur un VER.....	63
57	Etat de contrainte à un instant $t_2$ sur un VER.....	63
58	Démonstration de l'incohérence d'une projection d'un tenseur dans un repère quelconque ..	64
59	Graphique du rapport $\frac{N_{DV}}{N_E}$ en fonction de la variation d'angle des directions principales ...	64
60	Représentation schématique d'un essai en croix.....	65
61	Siège du STRMTG.....	68
62	Logo du STRMTG.....	68
63	Carte de la répartition du parc français des remontées mécaniques entre les différents bureaux du STRMTG.....	68
64	Répartitions des activité remontées mécaniques du STRMTG.....	69
65	Photo du banc d'essai de la caractérisation de frottement pour une attache de câble .....	71
66	Photo de l'échantillon de l'essai de caractérisation de frottement .....	72
67	Photo de la gare vu de l'extérieur.....	72
68	Photo de la gare vu de l'intérieur.....	73
69	Accueil et ouverture des JMRST.....	74
70	Visite Airbus dans le cadre des JMRST.....	74

## Hypothèses

Hypothèse du modèle de Lin-Taylor :

Une variation de volume à l'échelle macroscopique impose une variation de volume équivalente homogène aux grains (à l'échelle mésoscopique) :

$$\overline{\overline{E}} = \overline{\overline{\varepsilon}} \quad (0.1)$$

Hypothèse d'observation :

A l'échelle macroscopique, la structure est sollicitée dans son domaine élastique.

$$\overline{\overline{E}}^p = \overline{\overline{0}} \rightarrow \overline{\overline{E}} = \overline{\overline{E}}^e \quad (0.2)$$

A l'échelle mésoscopique, les grains sont sollicités au-delà de leur domaine élastique.

$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \overline{\overline{\varepsilon}}^e + \overline{\overline{\varepsilon}}^p \quad (0.3)$$

On considère alors les grains comme des matériaux élastoplastiques de Von Mises à écrouissage cinématique linéaire et isotrope. La fonction définissant le domaine élastique est donnée par :

$$f(\overline{\overline{\sigma}}, \overline{\overline{c\varepsilon}}^p, p) = \sqrt{\frac{1}{2}[\text{dev}(\overline{\overline{\sigma}}) - \overline{\overline{c\varepsilon}}^p] : [\text{dev}(\overline{\overline{\sigma}}) - \overline{\overline{c\varepsilon}}^p]} - k(p) \quad (0.4)$$

Hypothèse de Von Mises :

Il existe un rapport entre la contrainte équivalente de Von Mises et la cission équivalente de Von Mises. Ce rapport vaut  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  :

$$\frac{\tau_{eq}}{\sigma_{eq}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (0.5)$$

Hypothèse de Tresca :

Il existe un rapport entre la contrainte équivalente de Tresca et la cission équivalente de Tresca. Ce rapport vaut  $\frac{1}{2}$  :

$$\frac{\tau_{eq}}{\sigma_{eq}} = \frac{1}{2} \quad (0.6)$$

## Notations

$\vec{n}$  le vecteur normal à la facette  
t le temps

$\tau$  l'amplitude de contrainte de cisaillement mésoscopique  
T l'amplitude de contrainte de cisaillement macroscopique

$\vec{\tau}$  le vecteur contrainte de cisaillement mésoscopique  
 $\vec{T}$  le vecteur contrainte de cisaillement macroscopique  
 $\vec{\Gamma}$  le vecteur contrainte macroscopique

$p_h$  la pression hydrostatique mésoscopique  
 $\mathcal{P}_h$  la pression hydrostatique macroscopique

$\overline{\overline{S}}$  le tenseur des déviateurs de contrainte mésoscopique  
 $\overline{\overline{s}}$  le tenseur des déviateurs de contrainte macroscopique

$\overline{\overline{\varepsilon}}$  le tenseur des déformations mésoscopiques  
 $\overline{\overline{\varepsilon}}^e$  le tenseur des déformations élastiques mésoscopiques  
 $\overline{\overline{\varepsilon}}^p$  le tenseur des déformations plastiques mésoscopiques

$\overline{\overline{E}}$  le tenseur des déformations mésoscopiques  
 $\overline{\overline{E}}^e$  le tenseur des déformations élastiques mésoscopiques  
 $\overline{\overline{E}}^p$  le tenseur des déformations plastiques mésoscopiques  
 $\overline{\overline{\sigma}}$  le tenseur des contraintes mésoscopiques  
 $\overline{\overline{\sigma}}^e$  le tenseur des contraintes élastiques mésoscopiques  
 $\overline{\overline{\sigma}}^p$  le tenseur des contraintes plastiques mésoscopiques

$\overline{\overline{\Sigma}}$  le tenseur des contraintes macroscopiques  
 $\overline{\overline{\Sigma}}^e$  le tenseur des contraintes élastiques macroscopiques  
 $\overline{\overline{\Sigma}}^p$  le tenseur des contraintes plastiques macroscopiques

$\overline{\overline{\rho}}$  le tenseur des contraintes résiduelles  
 $\overline{\overline{\rho}}^*$  le tenseur des contraintes résiduelles stabilisées

$\overline{\overline{l}}$  le tenseur des constantes élastiques mésoscopiques  
 $\overline{\overline{L}}$  le tenseur des constantes élastiques macroscopiques  
 $\overline{\overline{A}}(\vec{y})$  le tenseur de localisation des contraintes

$\lambda$  le premier coefficient de Lamé  
 $\mu$  le coefficient de Poisson

# 1 Introduction à la fatigue

## 1.1 Définition générale

La fatigue dans le contexte mécanique se réfère à l'endommagement progressif d'une pièce en raison d'efforts répétés tels que des vibrations, des charges cycliques, ou des contraintes fixes sur des pièces en rotation. Même si la pièce est conçue pour résister à des charges spécifiques, l'application répétée d'efforts plus faibles peut entraîner sa rupture. L'adoption d'un point de vue macroscopique conduit à un paradoxe, se demandant pourquoi une pièce finit par rompre même lorsque les contraintes restent dans le domaine élastique. Il a été observé dans de nombreux cas que malgré que les structures soient sollicitées par des cycles de contraintes largement inférieures à la limite élastique du matériau, ils y avaient des accidents dus à la rupture par fatigue. Les imperfections, aussi bien en surface qu'à l'intérieur de la matière, provoquent une plastification locale de la structure qui mènent à la ruine de l'ouvrage. Ce processus altère les propriétés locales du matériau, conduisant éventuellement à la formation de fissures et à la rupture de la pièce. La fatigue survient particulièrement lorsque des pièces mécaniques sont soumises à des sollicitations répétitives au fil du temps.

## 1.2 Les types de fatigue

Il existe différents types de fatigue :

**La fatigue de contact** : On parle de fatigue de contact lorsque les dégradations surviennent près des surfaces de contact entre deux solides.

**La fatigue de fluage** : La fatigue-fluage ou fatigue-thermomécanique se manifeste à des températures élevées, tandis que la fatigue-corrosion peut apparaître dans un environnement corrosif.

**La fatigue polycyclique** : la fatigue polycyclique survient à la suite d'un grand nombre de cycles.

**La fatigue oligocyclique** : la fatigue oligocyclique survient à la suite d'un petit nombre de cycles.

Lors de ce projet de recherche et innovation, notre attention se focalisera uniquement à la fatigue polycyclique.

## 1.3 Application de la vérification à la fatigue

Les structures mécaniques, telles que des rails, des centrales nucléaires, des tuyauteries, des avions, et des ouvrages d'art, sont souvent exposées à des charges thermomécaniques variables. Ces charges peuvent être cycliques ou aléatoires, engendrant des sollicitations variées sur les matériaux. La compréhension de la fatigue est cruciale dans les domaines du génie industriel et civil pour garantir la durabilité et la sécurité des structures.

## 1.4 La multiaxialité

Le problème de la fatigue multiaxiale est complexe et il est lié à plusieurs aspects. D'une part, il est influencé par la multiaxialité des sollicitations.

La multiaxialité survient lorsque les directions principales du tenseur des contraintes décrivant les sollicitations de la pièce au cours du temps varient dans le temps. La multiaxialité pose la question de la généralisation des critères à partir d'essais simples en laboratoire pour s'appliquer à tous types de chargements. De plus, la complexité est accentuée dans les structures réelles où les chargements ne se limitent pas simplement à des cycles.

Pour bien comprendre ce qu'on entend par multiaxialité, il peut-être intéressant de définir la triaxialité. Elle se différencie de la multiaxialité par le fait que les directions principales d'un état de contrainte triaxial ne varient pas au cours du temps. Il y a bien un état de contrainte avec 3 contraintes principales non nulles associées à 3 directions propres distinctes. La différence est que ces directions principales sont constantes au cours du temps.

## 2 Approche expérimentale de la fatigue

Pour déterminer le nombre de cycles à la rupture de manière expérimentale, noté  $N_f$ , Wöhler, en 1858, a mis au point les premiers essais de caractérisation de la résistance. Pour réaliser ces essais, les éprouvettes actuellement utilisées sont toriques ou cylindriques simples. Elles sont soumises à des sollicitations à amplitude de chargement constante, autour d'une valeur moyenne fixée. Ces sollicitations dépendent donc de 2 paramètres :

L'amplitude de contrainte, notée  $\sigma_a$  :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (2.1)$$

et la contrainte moyenne, notée  $\sigma_m$  :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (2.2)$$

ou le ratio, noté R :

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (2.3)$$

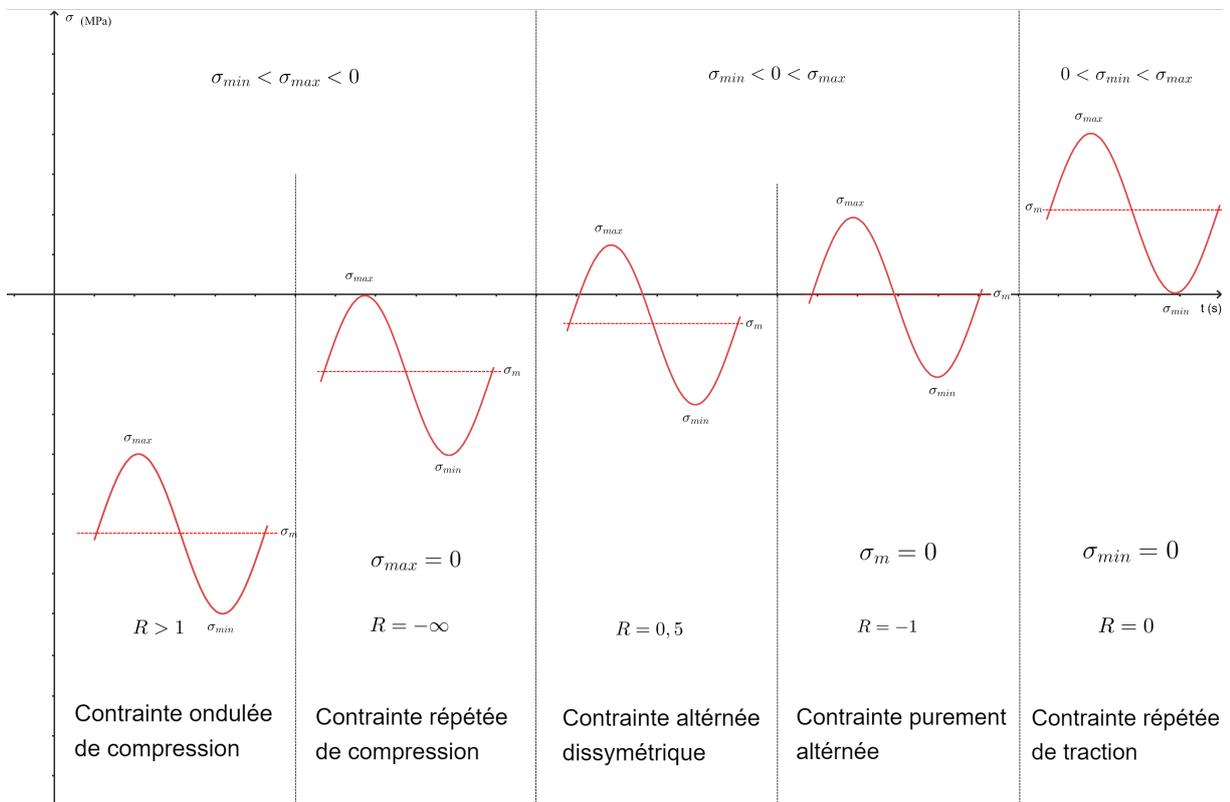


FIGURE 1 – Sollicitations cycliques en fatigue

Un ratio  $R = -1$  signifie que la contrainte moyenne égale 0.  $R$  est dépendant de  $\sigma_m$ . Les sollicitations peuvent être de la traction-compression, des flexions ou des torsions cycliques.

Les sollicitations sont alors définies en flexion pure par le tenseur :

$$\bar{\bar{\Sigma}}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

et en torsion pure par le tenseur :

$$\bar{\bar{\Sigma}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \tau_m + \tau_R \sin(\omega t) & 0 \\ \tau_m + \tau_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Les résultats de ces essais sont alors placés dans un diagramme semi-logarithmique avec en abscisse le nombre de cycles  $N_f$  et en ordonnée l'étendue de contrainte (ou 2 fois l'amplitude de contrainte) avec en indice le ratio qui a été utilisé pour réaliser l'essai :  $\Delta\sigma_R$ .

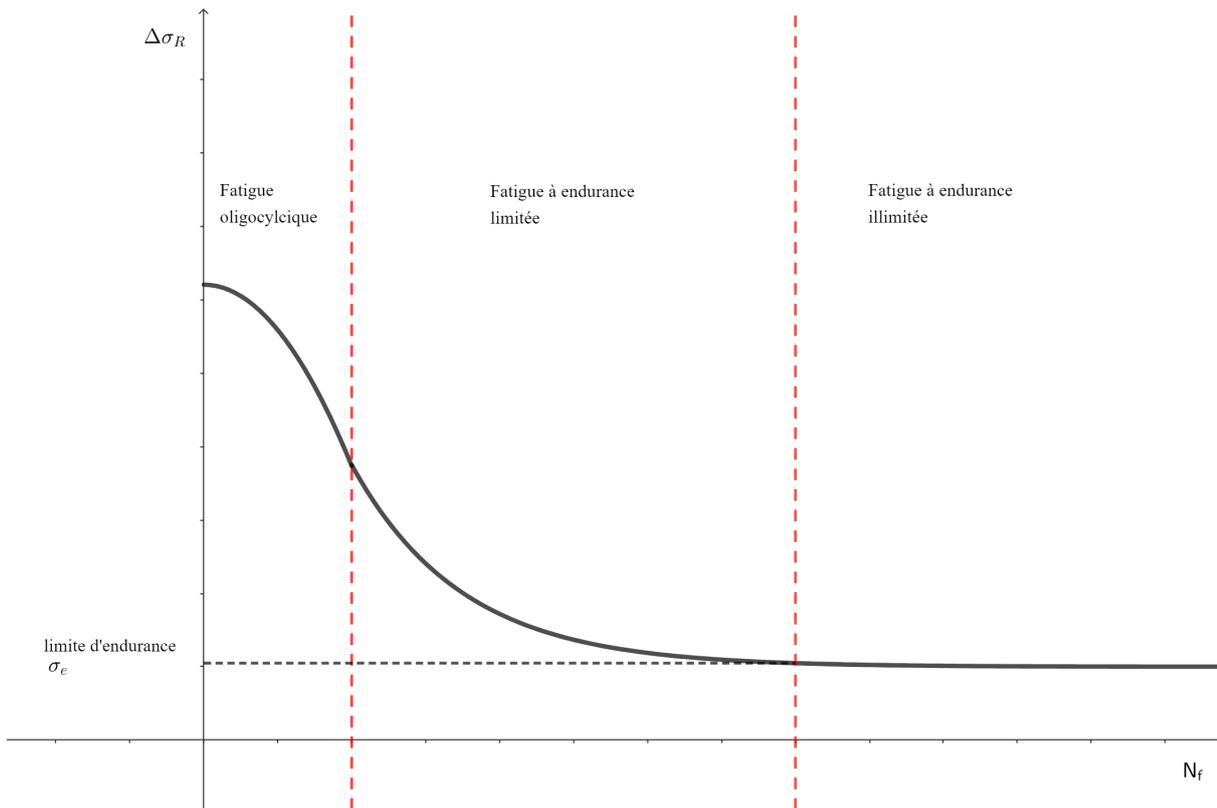


FIGURE 2 – Courbe de Wöhler

La courbe obtenue est appelée courbe de Wöhler (ou courbe S-N). La courbe présente généralement une asymptote lorsque  $N_f$  devient très grand. La valeur asymptotique de l'amplitude de contrainte, notée  $\sigma_e$  est appelée limite d'endurance. C'est donc le seuil en dessous duquel aucune fissure de fatigue n'apparaît quel que soit le nombre de cycles du chargement. Pour les aciers, cette limite est d'endurance vaut entre 35% et 50% de la limite de rupture. On retrouve ces courbes dans la base de données des Eurocodes.

## 2.1 Analyse courbe de Wöhler

Une courbe de Wöhler se décompose en 3 équations de droites. On note  $\Delta\sigma_C$  la résistance à la fatigue (ou classe de détail).  $\Delta\sigma_C = \Delta\sigma_R(2 \cdot 10^6)$ . On note  $\Delta\sigma_D$  la limite de fatigue sous amplitude constante.  $\Delta\sigma_D = \Delta\sigma_R(5 \cdot 10^6)$ . On note  $\Delta\sigma_L$  la limite de troncature.  $\Delta\sigma_L = \Delta\sigma_R(10^8)$ .

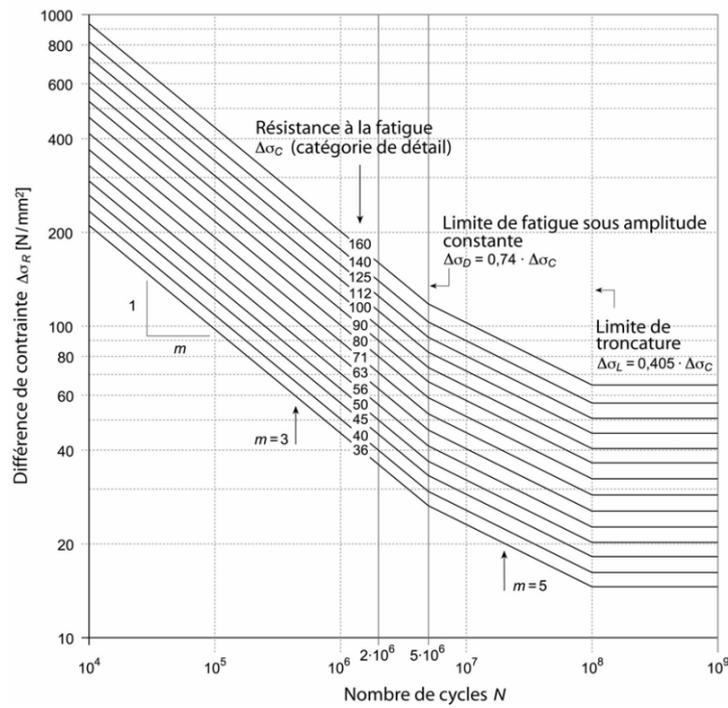


FIGURE 3 – Courbes Eurocode de fatigue de l'acier avec une probabilité de non rupture de 95%

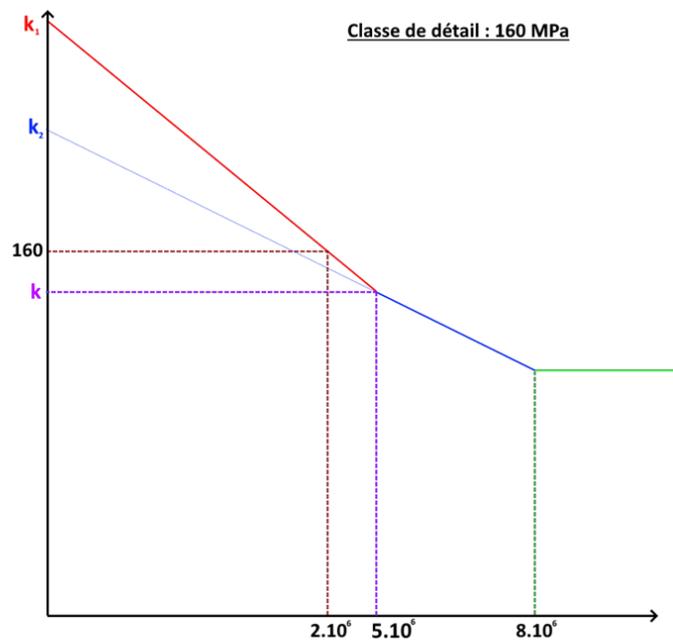


FIGURE 4 – Décomposition d'une courbe de fatigue afin de déterminer les équations de droite qui la compose

- 1<sup>ère</sup> équation de droite (0 à  $2 \cdot 10^6$  cycles) :

$$\begin{aligned}
\log(\Delta\sigma_R) &= -\frac{1}{m_1} \log(N) + k_1 \\
\log(160) &= -\frac{1}{m_1} \log(2 \times 10^6) + k_1 \\
k_1 &= \log(160) + \frac{1}{m_1} \log(2 \times 10^6) = \log(\Delta\sigma_C) + \frac{1}{m_1} \log(2 \times 10^6) \\
\log(\Delta\sigma) &= -\frac{1}{m_1} \log(N) + \log(\Delta\sigma_C) + \frac{1}{m_1} \log(2 \times 10^6) \\
\log(\Delta\sigma_R) &= \frac{1}{m_1} \log\left(\frac{2 \times 10^6}{N}\right) + \log(\Delta\sigma_C) \\
\log(\Delta\sigma_R) &= \log\left(\left(\frac{2 \times 10^6}{N}\right)^{\frac{1}{m_1}}\right) + \log(\Delta\sigma_C) \\
\log(\Delta\sigma_R) &= \log\left(\left(\frac{2 \times 10^6}{N}\right)^{\frac{1}{m_1}} \cdot \Delta\sigma_C\right) \\
\Delta\sigma_R &= \left(\frac{2 \times 10^6}{N}\right)^{\frac{1}{m_1}} \cdot \Delta\sigma_C
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Ou encore

$$N = 2 \times 10^6 \left(\frac{\Delta\sigma_C}{\Delta\sigma_R}\right)^{m_1} \tag{2.7}$$

- 2<sup>ème</sup> équation de droite ( $2 \cdot 10^6$  à  $5 \cdot 10^6$  cycles) :

1<sup>ère</sup> équation :

$$\begin{aligned}
k &= -\frac{1}{m_1} \log(5 \times 10^6) + \ln(\Delta\sigma_C) + \frac{1}{m_1} \log(2 \times 10^6) \\
k &= -\frac{1}{m_1} \log(5 \times 10^6) + \ln(\Delta\sigma_C) + \frac{1}{m_1} \log(2 \times 10^6) \\
k &= -\frac{1}{m_1} \log\left(\frac{5}{2}\right) + \log(\Delta\sigma_C)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

2<sup>ème</sup> équation :

$$\begin{aligned}
\log(\Delta\sigma_C) &= -\frac{1}{m_2} \ln(N) + k_2 \\
k &= -\frac{1}{m_2} \ln(5 \times 10^6) + k_2 \\
k_2 &= -\frac{1}{m_1} \ln\left(\frac{5}{2}\right) + \log(\Delta\sigma_C) + \frac{1}{m_2} \ln(5 \times 10^6) \\
\log(\Delta\sigma_R) &= -\frac{1}{m_2} \log(N) - \frac{1}{m_1} \log\left(\frac{5}{2}\right) + \log(\Delta\sigma_C) + \frac{1}{m_2} \log(5 \times 10^6) \\
\log(\Delta\sigma_R) &= \frac{1}{m_2} \log\left(\frac{5 \times 10^6}{N}\right) - \frac{1}{m_1} \log\left(\frac{5}{2}\right) + \log(\Delta\sigma_C) \\
\log(\Delta\sigma_R) &= \log\left(\left(\frac{5 \times 10^6}{N}\right)^{\frac{1}{m_2}}\right) + \log\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{m_1}} \Delta\sigma_C\right)
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Avec  $\Delta\sigma_D = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{m_1}} \cdot \Delta\sigma_C$

$$\begin{aligned} \log(\Delta\sigma_R) &= \log\left(\left(\frac{5 \times 10^6}{N}\right)^{\frac{1}{m_2}} \Delta\sigma_D\right) \\ \Delta\sigma_R &= \left(\frac{5 \times 10^6}{N}\right)^{\frac{1}{m_2}} \Delta\sigma_D \end{aligned} \tag{2.10}$$

Ou encore

$$N = 5 \times 10^6 \left(\frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma}\right)^{m_2} \tag{2.11}$$

3<sup>ième</sup> équation de droite ( $5 \cdot 10^6$  à  $10^8$  cycles) :

$$\log(\Delta\sigma_R) = \log(\Delta\sigma_L) \tag{2.12}$$

Avec  $\Delta\sigma_L = \left(\frac{5}{100}\right)^{\frac{1}{m_2}} \cdot \Delta\sigma_D$

$$\implies N = \text{infini}$$

A partir des courbes de Wöhler, il est possible de déterminer le nombre de cycles à partir de sollicitations cycliques unidirectionnelles (torsion ou flexion pure). Mais qu'en est-il lorsque les sollicitations sont multiaxiales ? Pour prendre en compte la problématique de multiaxialité en fatigue, nous nous proposerons d'étudier le critère de Dang Van, qui à partir du spectre de chargement, permettra de se ramener à des mesures uniaxiales.

### 3 Le critère de Dang Van : une approche macro-méso

Un critère de fatigue est un critère qui cherche à détecter l'amorçage de fissure après un certain nombre de cycles de chargement. La fissuration est un phénomène de plastification qui survient lorsque le matériau est sollicité par des contraintes supérieures à sa limite élastique. Suite à des observations, nous nous sommes rendus compte que l'amorçage de fissure était possible même lorsque la structure subissait des variations de contraintes inférieures à la limite d'élasticité du matériau. Cette observation s'explique par une différence du comportement mécanique du matériau à différentes échelles.

L'échelle mésoscopique est une échelle de grandeurs située entre l'échelle macroscopique et microscopique. À cette échelle, les propriétés mécaniques des métaux polycristallins sont différentes des propriétés à l'échelle macroscopique. Les cristaux défavorablement orientés subissent des déformations plastiques prématurées. Suite à ce réarrangement de la matière, on observe l'apparition de bandes de glissement localisées. Ces bandes transgranulaires représentent localement des plans de cisaillement. Ces plans de cisaillement sont la conséquence première de l'amorçage de fissure. Ces fissures dépendent de la pression hydrostatique qui, lorsqu'elle est positive, tend à les ouvrir. Au contraire, si la pression hydrostatique est négative, elle lutte contre le processus d'ouverture des fissures. L'amplitude de contrainte de cisaillement tend aussi à faire progresser les fissures. Le critère de Dang Van s'appuie sur des grandeurs mésoscopiques. Le critère de Dang Van s'énonce comme une combinaison linéaire de l'amplitude de contrainte de cisaillement mésoscopique à l'état stabilisé et de la pression hydrostatique mésoscopique.

$$\forall t, \forall \vec{n} \quad \tau(n, t) + ap_h(t) \leq b \quad (3.1)$$

- $\tau$  est l'amplitude de contrainte de cisaillement mésoscopique à l'état stabilisé. Elle est dépendante de l'orientation de la facette considérée et du temps. Nous verrons au paragraphe 5.1 comment identifier cette grandeur. Pour le cas particulier de traction-compression et de torsion,  $\tau = T - T_m$  avec  $T_m$  la contrainte de cisaillement moyenne\* et  $T$  la contrainte de cisaillement macroscopique.
- $p_h$  est la pression hydrostatique mésoscopique. Elle dépend du temps.
- $a$  et  $b$  sont des constantes dépendant du matériau qui sont déterminées à partir des essais de fatigue classiques : traction/compression alternés et torsion alternés.

\*Davoli et al. (2003) a fait un travail de synthèse bibliographique sur des recherches et des expériences dans le domaine de la fatigue multiaxiale. La conclusion de ce travail est que la contrainte moyenne de cisaillement macroscopique n'a aucun effet sur la fatigue de l'acier. La limite d'endurance reste inchangée tant que l'on reste dans le domaine élastique. Soit :  $T_m < 0.8 \cdot \frac{R_e}{\sqrt{3}}$ . Il est donc plus intéressant d'étudier uniquement l'amplitude de contrainte de cisaillement mésoscopique qui se différencie de la contrainte de cisaillement macroscopique par ce cisaillement moyen.

### 3.1 Rappel

Le tenseur des contraintes  $\bar{\bar{\Sigma}}$  possède trois invariants principaux. Ils sont donnés par :

$$\begin{aligned} I_I &= \text{tr}(\bar{\bar{\Sigma}}) \\ I_{II} &= \frac{1}{2} \left( I_I^2 - \text{tr}(\bar{\bar{\Sigma}} \cdot \bar{\bar{\Sigma}}) \right) \\ I_{III} &= \det(\bar{\bar{\Sigma}}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Décomposition d'un tenseur en sa partie sphérique et sa partie déviatorique (indépendamment du changement d'échelle).

$$\bar{\bar{\Sigma}} = \mathcal{P}_h \cdot \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{S}} \quad (3.3)$$

#### 3.1.1 Définition de la pression hydrostatique

$$\mathcal{P}_h = \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\bar{\Sigma}}) = \frac{\Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3}{3} \quad (3.4)$$

Avec  $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$  les contraintes principales. La pression hydrostatique est proportionnelle au premier invariant. Sa valeur est donc indépendante du repère. Elle est donc indépendante de l'orientation des facettes.

#### 3.1.2 Définition de la contrainte de cisaillement noté T

La contrainte de cisaillement est calculée par le critère de Tresca.

$$\Sigma_{\text{Tresca}} = [\Sigma_1 - \Sigma_3] \quad (3.5)$$

L'amplitude de contrainte de cisaillement de Tresca :

$$T = \frac{1}{2} [\Sigma_1 - \Sigma_3] = \frac{1}{2} \Sigma_{\text{Tresca}} \quad (3.6)$$

Avec les contraintes principales ordonnées telles que :  $\Sigma_1 \geq \Sigma_2 \geq \Sigma_3$

### 3.1.3 Représentation du critère dans l'espace des contraintes principales

- $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$  représente une surface dans l'espace des contraintes principales
- On sait que  $f$  est indépendant de la pression hydrostatique
- Tout état hydrostatique ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) est sur la droite  $\mathcal{D}$  passant par l'origine, et de vecteur directeur  $\vec{n}(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$ . La surface de charge est invariante par translation de direction  $\vec{n}$  : c'est donc un prisme hexagonal de génératrice  $\mathcal{D}$ .
- Critère de Tresca : la surface de charge est donnée par :

$$\sup(|\sigma_i - \sigma_j| \quad i, j = 1, 2, 3) = \sigma_y \quad (3.7)$$

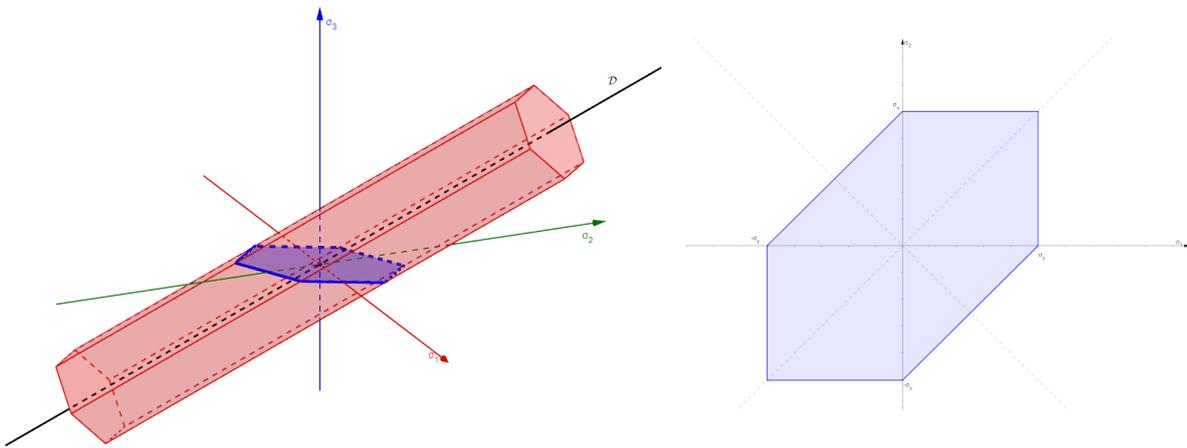


FIGURE 5 – Représentation du critère de Tresca dans l'espace



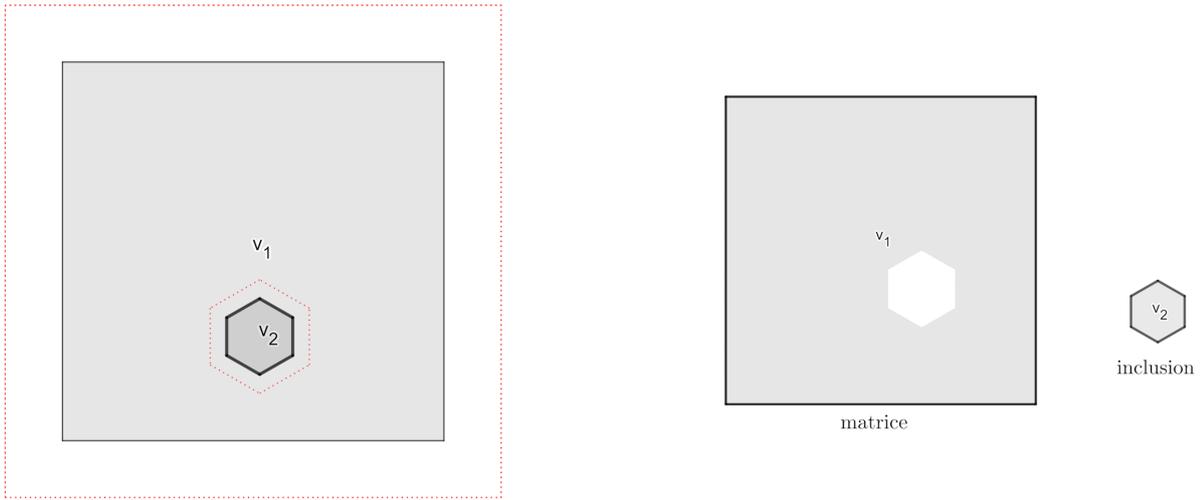


FIGURE 7 – Une inclusion (le grain), plongée dans une matrice (le volume).

Lors d'un essai de charge, d'après l'équation 4.2, le volume et les grains subissent une déformation similaire :

$$\frac{V_1 - v_1}{v_1} = \frac{V_2 - v_2}{v_2} \quad (4.3)$$

Avec  $V_1$  et  $V_2$  les volumes respectifs du VER et du cristal lors de l'essai de charge, voir Figure 8. Comme il n'a pas été observé de déformation plastique à l'échelle macroscopique contrairement à l'échelle mésoscopique, il est naturel d'admettre que la limite élastique du VER est supérieure à la limite élastique de certains grains. Pour une déformation similaire aux deux échelles, il est possible que ces grains plastifient tandis que le VER reste dans le domaine élastique.

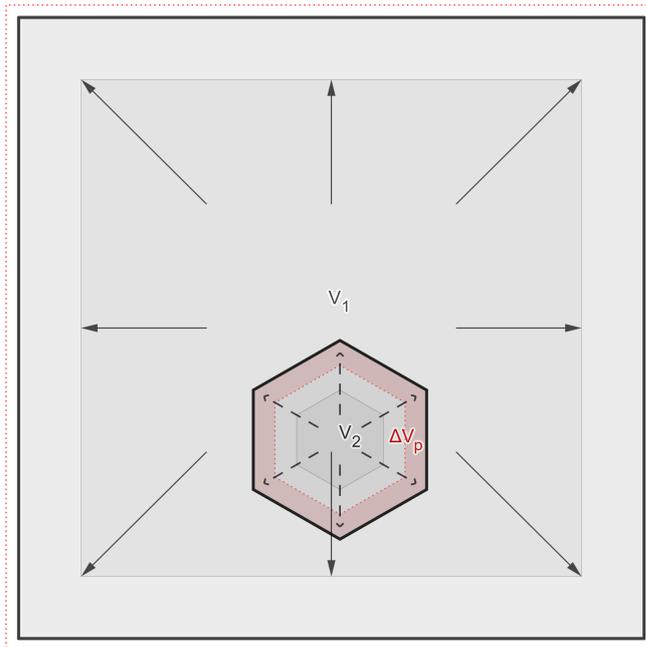


FIGURE 8 – Représentation d'un essai de charge aux deux échelles.

Lors du relâchement, le volume, ayant été sollicité uniquement dans son domaine élastique, retourne à son volume initial  $v_1$ . D'après l'équation 4.2, le grain devrait revenir à son volume initial. Cependant, comme ce dernier a plastifié, il ne retrouve pas son volume initial  $v_2$  mais entre les deux valeurs,  $v_2$  et  $V_2$ , noté  $v'_2$ . Pour que le grain retrouve son volume initial, des contraintes internes se créent comme le montre la Figure 9. Ces contraintes internes noté  $\bar{\rho}$  correspondent à ce qu'on appelle le champs des contraintes résiduelles.  $\bar{\rho}$  est purement déviatorique donc  $dev(\bar{\rho}) = \bar{\rho}$

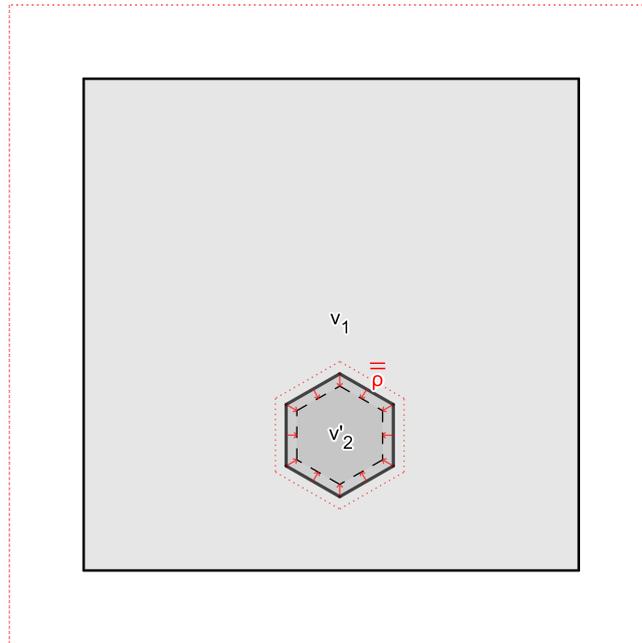


FIGURE 9 – Apparition des contraintes résiduelles dans le grain.

Le volume élémentaire représentatif doit être à l'équilibre (voir Figure 10) donc :

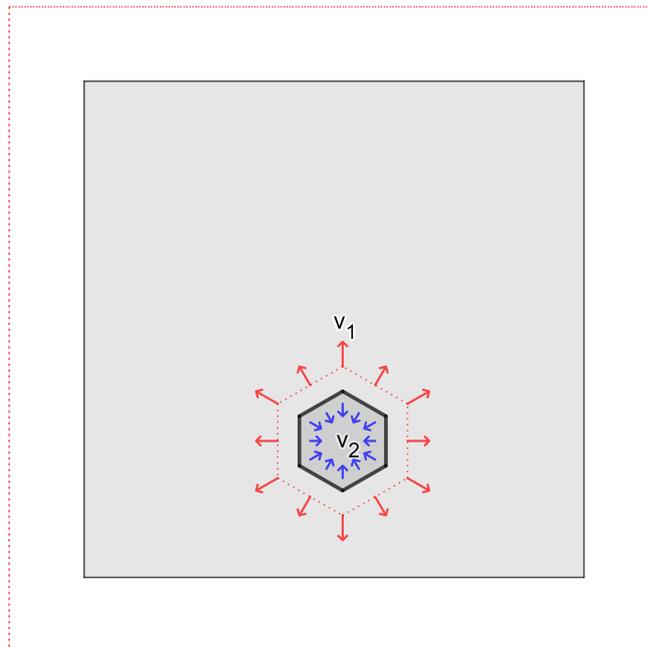


FIGURE 10 – Equilibre des contraintes dans le VER

Lorsqu'il sera appliqué un nouveau cycle de chargement au volume élémentaire, les contraintes résiduelles jouerons un rôle dans l'état de contrainte de la matrice et de l'inclusion.

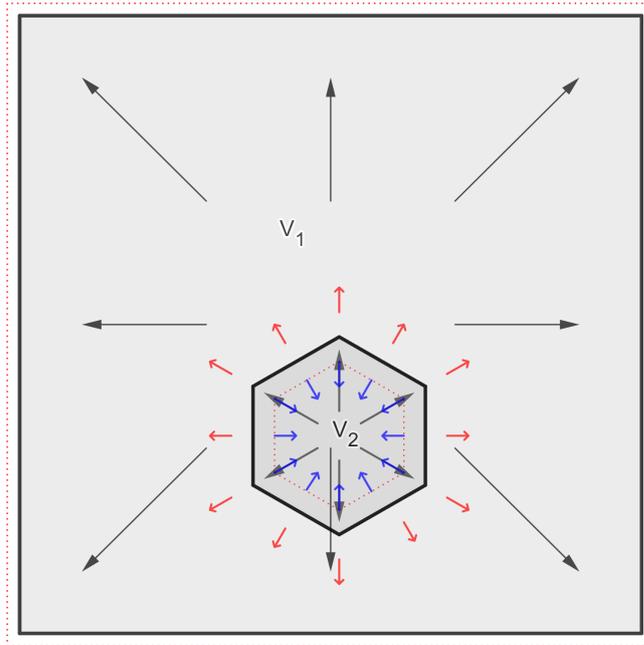


FIGURE 11 – Effet des contraintes résiduelles lors d'un nouveau cycle de chargement.

Les cycles de chargement ne provoquent pas de déformation plastique et donc d'adaptation de la matière à l'échelle macroscopique. La rupture par fatigue se fait à l'échelle mésoscopique. Il est nécessaire de réaliser un changement d'échelle car les grandeurs de l'ingénieur sont macroscopiques. Il faut bien comprendre, avec le modèle proposé précédemment, que **la matrice ne représente pas le solide à l'état macroscopique**. Sinon cela signifierait qu'à l'état macroscopique, le solide aurait un comportement élastoplastique. C'est-à-dire que son état de contrainte ne serait pas nécessairement nul sans chargement. Ce qui n'est en réalité pas le cas.

$$\vec{\text{div}}\overline{\overline{\Sigma}} + \gamma\vec{F} = \vec{0} \quad (4.4)$$

Si

$$\vec{F} = \vec{0} \quad (4.5)$$

Alors

$$\vec{\text{div}}\overline{\overline{\Sigma}} = \vec{0} \iff \overline{\overline{\Sigma}} = \overline{\overline{0}} \quad (4.6)$$

En réalité, dans le contexte des métaux, le volume élémentaire  $V(\vec{x})$  renferme une multitude de cristaux présentant différentes orientations, formes et états internes (cf. Figure 12). L'état mécanique d'un milieu continu est décrit à l'aide de grandeurs macroscopiques (contraintes et déformations) définies en tout point  $\vec{x}$  du corps. Plus précisément, cela revient à définir autour du point  $\vec{x}$ , un volume élémentaire  $V(\vec{x})$  supposé homogène et isotrope, dans lequel les tenseurs des contraintes  $\overline{\overline{\Sigma}}$  et des déformations  $\overline{\overline{E}}$  sont constants. C'est ce que l'on appelle l'échelle macroscopique. Tandis qu'à une échelle mésoscopique, de l'ordre de la taille des grains constituant une partition de  $V(\vec{x})$ . L'état mécanique d'un grain est décrit par les contraintes  $\overline{\overline{\sigma}}(\vec{x}, \vec{y})$  et les déformations  $\overline{\overline{\varepsilon}}(\vec{x}, \vec{y})$  mésoscopiques, où  $\vec{y}$  représente la position du cristal dans un repère local associé à  $V(\vec{x})$ . Les grandeurs  $\overline{\overline{\sigma}}$  et  $\overline{\overline{\varepsilon}}$  ne sont pas homogènes dans  $V(\vec{x})$  et, par conséquent, diffèrent de  $\overline{\overline{\Sigma}}(\vec{x})$  et  $\overline{\overline{E}}(\vec{x})$ .

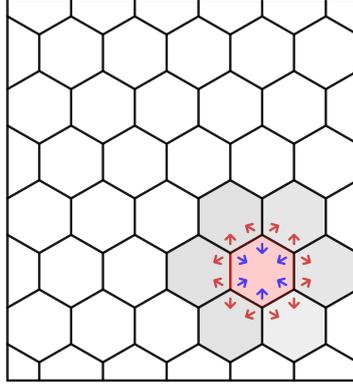


FIGURE 12 – Equilibre globale des contraintes résiduelles.

Si un grain, représenté en rouge, est plus défavorablement orienté par rapport au chargement que subit le volume, il risque de subir des contraintes plus importantes. Par conséquent, il subira alors une déformation plastique plus importante que les cristaux favorablement orientés. Finalement, on observera une apparition de contraintes résiduelles  $\bar{\rho}$  qui, lorsque le chargement extérieur sera retiré, seront plus importantes dans ce grain. Par un jeu d'équilibre, les contraintes résiduelles **s'annuleront globalement** mais elles seront bien **présentes localement**.

Le volume, à l'échelle macroscopique, suit une loi de comportement élastique (loi de Hooke). L'état mécanique se décrit comme tel :

$$\bar{\bar{\Sigma}}(\vec{x}) = \bar{\bar{\Sigma}}^e(\vec{x}) = \bar{\bar{L}} : \bar{\bar{E}}(\vec{x}) \quad (4.7)$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{33} \\ \Sigma_{12} \\ \Sigma_{13} \\ \Sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\mu + \lambda & \lambda & \lambda & \dots & 0 \\ \lambda & 2\mu + \lambda & \lambda & & \\ \lambda & \lambda & 2\mu + \lambda & & \\ \vdots & & & 2\mu & \\ 0 & & \dots & 2\mu & 2\mu \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \\ E_{12} \\ E_{13} \\ E_{23} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Alors qu'à l'échelle mésoscopique, les grains adoptent un comportement mécanique élastoplastique. L'état mécanique se décrit comme tel :

$$\bar{\sigma}(\vec{x}; \vec{y}) = \bar{\bar{l}} : \bar{\bar{\varepsilon}}^e(\vec{x}; \vec{y}) \quad (4.9)$$

Avec :

$$\bar{\bar{\varepsilon}}(\vec{x}; \vec{y}) = \bar{\bar{\varepsilon}}^e(\vec{x}; \vec{y}) + \bar{\bar{\varepsilon}}^p(\vec{x}; \vec{y}) \quad (4.10)$$

Donc :

$$\bar{\sigma}(\vec{x}; \vec{y}) = \bar{\bar{l}} : [\bar{\bar{\varepsilon}}(\vec{x}; \vec{y}) - \bar{\bar{\varepsilon}}^p(\vec{x}; \vec{y})] \quad (4.11)$$

$$\bar{\sigma}(\vec{x}; \vec{y}) = \bar{\bar{l}} : \bar{\bar{\varepsilon}}(\vec{x}; \vec{y}) - \bar{\bar{l}} : \bar{\bar{\varepsilon}}^p(\vec{x}; \vec{y}) \quad (4.12)$$

Par correspondance avec l'équation 4.1 qui définit le champs de contraintes résiduelles on a :

$$\bar{\bar{\sigma}}(\vec{x}; \vec{y}) = \bar{\bar{\sigma}}^e(\vec{x}; \vec{y}) + \bar{\bar{\rho}}(\vec{x}; \vec{y}) \quad (4.13)$$

avec :

$$\bar{\bar{\rho}}(\vec{x}; \vec{y}) = -\bar{\bar{l}} : \bar{\bar{\varepsilon}}^p(\vec{x}; \vec{y})$$

$$\bar{\bar{\sigma}}^e(\vec{x}; \vec{y}) = \bar{\bar{l}} : \bar{\bar{\varepsilon}}(\vec{x}; \vec{y})$$

$\bar{\bar{L}}$  et  $\bar{\bar{l}}$  sont les tenseur mésoscopique et macroscopique d'ordre 4 appelés tenseur des constantes élastiques (ou tenseur de rigidité).

En général, la transition des grandeurs mésoscopiques du cristal (c'est-à-dire du grain) aux grandeurs macroscopiques du polycristal (c'est-à-dire du volume  $V(\vec{x})$ ) ne peut pas s'effectuer par une opération directe de moyenne.

Cependant, Hill et Mandel ont formulé une condition connue sous le nom d'hypothèse de macro-homogénéité, par laquelle l'opération directe de moyenne est correcte. Dans ce cas, à partir de tout champ de déformations  $\bar{\bar{\varepsilon}}(\vec{x}, \vec{y})$  cinématiquement admissible et de tout champ de contraintes  $\bar{\bar{\sigma}}(\vec{x}, \vec{y})$  statiquement admissible, ces deux champs n'étant pas nécessairement associés, on peut calculer la déformation macroscopique  $\bar{\bar{E}}(\vec{x})$  et la contrainte macroscopique  $\bar{\bar{\Sigma}}(\vec{x})$  par des moyennes directes :

$$\bar{\bar{E}}(\vec{x}) = \frac{1}{V} \int_V \bar{\bar{\varepsilon}}(\vec{x}; \vec{y}) dV_y \quad (4.14)$$

$$\bar{\bar{\Sigma}}(\vec{x}) = \frac{1}{V} \int_V \bar{\bar{\sigma}}(\vec{x}; \vec{y}) dV_y \quad (4.15)$$

Cependant, il n'est pas possible de formuler une relation similaire pour les composantes élastique et plastique de la déformation, dont les définitions sont les suivantes :

$$\bar{\bar{\varepsilon}}^p(\vec{x}; \vec{y}) = \bar{\bar{\varepsilon}}(\vec{x}; \vec{y}) - \bar{\bar{\varepsilon}}^e(\vec{x}; \vec{y}) \quad (4.16)$$

D'après la loi de Hooke généralisée :

$$\bar{\bar{\sigma}}(\vec{x}; \vec{y}) = \bar{\bar{l}} : \bar{\bar{\varepsilon}}^e(\vec{x}; \vec{y}) \quad (4.17)$$

$$\bar{\bar{\varepsilon}}^e(\vec{x}; \vec{y}) = \bar{\bar{l}}^{-1} : \bar{\bar{\sigma}}(\vec{x}; \vec{y}) \quad (4.18)$$

De même à l'échelle macroscopique :

$$\bar{\bar{E}}^p(\vec{x}) = \bar{\bar{E}}(\vec{x}) - \bar{\bar{E}}^e(\vec{x}) \quad (4.19)$$

$$\bar{\bar{E}}^e(\vec{x}; \vec{y}) = \bar{\bar{L}}^{-1} : \bar{\bar{\Sigma}}(\vec{x}) \quad (4.20)$$

Les relations appropriées pour la transition mésoscopique-macroscopique des composantes plastiques et élastiques de la déformation ont été établies par Mandel. Ces relations font intervenir le tenseur de localisation des contraintes  $\bar{\bar{A}}(\vec{y})$ , qui associe à la contrainte macroscopique  $\bar{\bar{\Sigma}}(\vec{x})$ , la contrainte mésoscopique fictive  $\bar{\bar{A}}(\vec{y}) : \bar{\bar{\Sigma}}(\vec{x})$ , qui existerait dans un milieu purement élastique. Les relations obtenues sont les suivantes :

$$\bar{\bar{E}}(\vec{x}) = \frac{1}{V} \int_V \bar{\bar{\varepsilon}}(\vec{x}; \vec{y}) : \bar{\bar{A}}(\vec{y}) dV_y \quad (4.21)$$

$$\bar{\bar{E}}^e(\vec{x}) = \frac{1}{V} \int_V \bar{\bar{\varepsilon}}^e(\vec{x}; \vec{y}) : \bar{\bar{A}}(\vec{y}) dV_y \quad (4.22)$$

Par soustraction on a :

$$\overline{\overline{E^p}}(\vec{x}) = \frac{1}{V} \int_V \overline{\overline{\varepsilon^p}}(\vec{x}; \vec{y}) : \overline{\overline{A}}(\vec{y}) dV_y \quad (4.23)$$

Des équations 4.14 et 4.21 on déduit :

$$\frac{1}{V} \int_V \overline{\overline{A}}(\vec{y}) dV_y = \overline{\overline{I}} \quad (4.24)$$

Avec  $\overline{\overline{I}}$  le tenseur unité d'ordre 4. Cependant, les relations 4.22 et 4.23 ne peuvent généralement pas être simplifiées de manière aussi directe que l'équation 4.14. Le tenseur des contraintes mésoscopiques,  $\overline{\overline{\sigma}}(\vec{x}; \vec{y})$  se décompose de la façon suivante (cf. 4.13) :

$$\overline{\overline{\sigma}}(\vec{x}; \vec{y}) = \overline{\overline{\sigma^e}}(\vec{x}; \vec{y}) + \overline{\overline{\rho}}(\vec{x}; \vec{y}) \quad (4.25)$$

et

$$\overline{\overline{\sigma^e}}(\vec{x}; \vec{y}) = \overline{\overline{A}}(\vec{y}) : \overline{\overline{\Sigma}}(\vec{x}) \quad (4.26)$$

Donc

$$\overline{\overline{\sigma}}(\vec{x}; \vec{y}) = \overline{\overline{A}}(\vec{y}) : \overline{\overline{\Sigma}}(\vec{x}) + \overline{\overline{\rho}}(\vec{x}; \vec{y}) \quad (4.27)$$

#### 4.1.2 Evaluation de $\overline{\overline{A}}(\vec{y})$ et $\overline{\overline{\rho}}(\vec{x}; \vec{y})$ avec le modèle Lin-Taylor

Les grains sont plongés dans un volume. Il est naturel d'admettre que c'est le volume qui impose la déformation des grains. Par la suite les notations seront simplifiées en omettant les arguments  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ .

$$\overline{\overline{E}} = \overline{\overline{\varepsilon}} \implies \overline{\overline{E^e}} + \overline{\overline{E^p}} = \overline{\overline{\varepsilon^e}} + \overline{\overline{\varepsilon^p}} \quad (4.28)$$

Nous avons vu en fatigue qu'il n'y avait pas de déformation plastique à l'échelle macroscopique. Les déformations plastique mésoscopiques ne participent pas au changement de volume donc  $E^p = 0$ .  $\varepsilon^p$  est déviatorique.

$$\overline{\overline{E}} = \overline{\overline{E^e}} = \overline{\overline{\varepsilon^e}} + \overline{\overline{\varepsilon^p}} \quad (4.29)$$

Pour déterminer  $\overline{\overline{A}}(\vec{y})$ , nous faisons l'hypothèse que les tenseurs de rigidité sont isotropes et possèdent les mêmes coefficients élastiques :

$$\overset{\equiv}{\bar{l}} = \overset{\equiv}{\bar{L}} = \begin{bmatrix} 2\mu + \lambda & \lambda & \lambda & \dots & 0 \\ \lambda & 2\mu + \lambda & \lambda & & \\ \lambda & \lambda & 2\mu + \lambda & & \vdots \\ \vdots & & & 2\mu & \\ 0 & \dots & & 2\mu & 2\mu \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé.

$$\overset{\equiv}{\bar{L}} : \overline{\overline{E}}^e = \overset{\equiv}{\bar{l}} : (\overline{\overline{\varepsilon}}^p + \overline{\overline{\varepsilon}}^e) \quad (4.31)$$

$$\overline{\overline{\Sigma}} = \overset{\equiv}{\bar{l}} : \overline{\overline{\varepsilon}}^e + 2\mu \overline{\overline{\varepsilon}}^p \quad (4.32)$$

$$\overline{\overline{\Sigma}} = \overline{\overline{\sigma}} + 2\mu \overline{\overline{\varepsilon}}^p \quad (4.33)$$

$$\overline{\overline{\sigma}} = \overline{\overline{\Sigma}} - 2\mu \overline{\overline{\varepsilon}}^p \quad (4.34)$$

Le passage de l'expression 4.31 à l'expression 4.32,  $\overset{\equiv}{\bar{l}} : \overline{\overline{\varepsilon}}^p = 2\mu \overline{\overline{\varepsilon}}^p$  est démontré en annexe. Par équivalence à l'équation  $\overline{\overline{\sigma}} = \overset{\equiv}{\bar{A}} : \overline{\overline{\Sigma}} + \overline{\overline{\rho}}$  nous pouvons en déduire que :  $\overset{\equiv}{\bar{A}} = \overset{\equiv}{\bar{I}}$  et  $\overline{\overline{\rho}} = -2\mu \overline{\overline{\varepsilon}}^p$ . Comme nous l'avons vu précédemment, Les déformations mésoscopiques ne participent pas au changement de volume. A l'image de  $\overline{\overline{\varepsilon}}^p$ ,  $\overline{\overline{\rho}}$  est déviatorique. La décomposition du tenseur de contrainte mésoscopique en sa partie sphérique et déviatorique nous donne :

$$\overline{\overline{\Sigma}} = P \overset{\equiv}{\bar{I}} + \overline{\overline{S}} \quad \text{avec} \quad P = \frac{1}{3} \text{tr}(\overline{\overline{\Sigma}}) \quad \text{et} \quad \overline{\overline{S}} = \overline{\overline{\Sigma}} - P \overset{\equiv}{\bar{I}} \quad (4.35)$$

On sait que la contrainte mésoscopique peut alors s'écrire en fonction de la contrainte macroscopique :

$$\overline{\overline{\sigma}} = \overline{\overline{\Sigma}} + \overline{\overline{\rho}} \quad (4.36)$$

La décomposition du tenseur de contrainte mésoscopique en sa partie sphérique et déviatorique nous donne :

$$\overline{\overline{\sigma}} = p \overset{\equiv}{\bar{I}} + \overline{\overline{s}} \quad (4.37)$$

Donc par équivalence on en déduit :

$$p \overset{\equiv}{\bar{I}} = P \overset{\equiv}{\bar{I}} \quad (4.38)$$

$$\overline{\overline{s}} = \overline{\overline{S}} + \overline{\overline{\rho}} \quad (4.39)$$

Finalement, les déviateurs des contraintes mésoscopiques et macroscopiques sont reliés par la contrainte résiduel  $\bar{\bar{\rho}}$  et nous avons montré que la pression hydrostatique macroscopique était équivalente à l'échelle mésoscopique.

Dans cette partie nous avons considéré que les contraintes résiduelles étaient indépendantes du temps. Cependant, ces contraintes résiduelles se ramène à une évaluation des déformations plastiques  $\bar{\bar{\varepsilon}}^p$  du grains. Ces déformations plastiques fluctuent dans le temps donc par conséquent, les contraintes résiduelles sont dépendantes du temps.

A l'aide du théorème d'adaptation, il est possible de déterminer des contraintes résiduelles stabilisées et donc indépendantes du temps. Le théorème d'adaptation local statique (Mandel et Melan-Koiter) ne sera pas traité dans ce document. Il fait déjà l'objet d'étude dans le document "Adaptation d'une structure elastoplastique à écrouissage cinématique de J. Mandel, J. Zarka et B. Halphen"

## 4.2 Critère de Von Mises

Pour les matériaux métalliques, on met en évidence dans l'espace des contraintes, un domaine convexe à l'intérieur duquel le comportement du matériau est élastique : il s'agit du domaine d'élasticité. Ce domaine n'est en général pas fixe. Sa configuration initiale (domaine initial d'élasticité) est définie, à l'aide d'une fonction convexe  $f$  (critère de limite d'élasticité) :

- $f(\sigma_{ij}) < 0$  : intérieur du domaine, comportement élastique.
- $f(\sigma_{ij}) = 0$  : frontière du domaine, limite élastique atteinte.

Pour un matériau isotrope, c'est-à-dire dont les propriétés sont identiques dans toutes directions, la fonction  $f$  :

- ne doit faire intervenir aucun repère particulier ;
- est donc une fonction symétrique des contraintes principales ; ou
- une fonction des invariants de  $\bar{\sigma}$ .

Définition de la fonction de charge  $f$  :

$$\begin{aligned} f(\sigma_{ij}) &= \sqrt{\frac{3}{2} \bar{s} : \bar{s}} - \sigma_y \\ &= \sqrt{3J_2} - \sigma_y \\ &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} - \sigma_y \end{aligned} \quad (4.40)$$

$\sigma_y$  est la limite d'élasticité en traction simple.  $f$  est bien une fonction symétrique des contraintes principales.

### 4.2.1 Représentation du critère dans l'espace des contraintes principales

- $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$  représente une surface dans l'espace des contraintes principales
- On sait que  $f$  est indépendant de la pression hydrostatique
- Tout état hydrostatique ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) est sur la droite  $\mathcal{D}$  passant par l'origine, et de vecteur directeur  $\vec{n}(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$ . La surface de charge est invariante par translation de direction  $\vec{n}$  : c'est donc un cylindre de génératrice  $\mathcal{D}$ .

- Critère de Mises : la surface de charge est donnée par :

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sigma_y \quad (4.41)$$

- Cas plan :  $\sigma_3 = 0$  :

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2)^2 + (\sigma_1)^2]} \leq \sigma_y \implies \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 \leq \sigma_y^2 \quad (4.42)$$

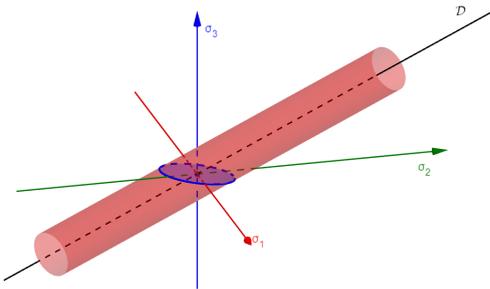


FIGURE 13 – Représentation du critère de Von Mises - surface de coupe pour  $\sigma_3 = 0$

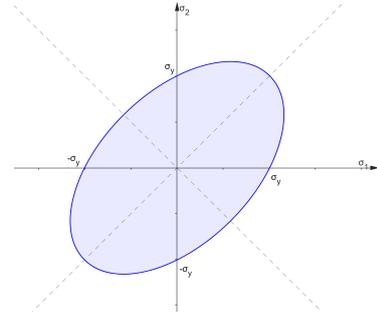


FIGURE 14 – Représentation du critère de Von Mises - cas plan :  $\sigma_3 = 0$

- Cas plan :  $\mathcal{P}_h = 0$ , plan du déviateur :

$$\sqrt{\frac{3}{2} \bar{s}} : \bar{s} \leq \sigma_y \implies \sqrt{\frac{3}{2} \|\bar{s}\|} \leq \sigma_y \implies s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 \leq \frac{2}{3} \sigma_y^2 \quad (4.43)$$

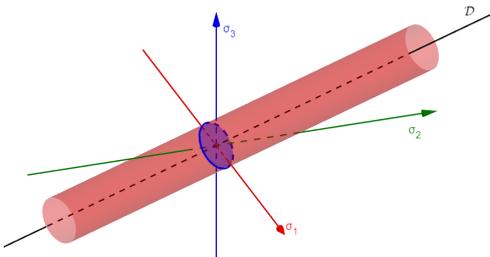


FIGURE 15 – Représentation du critère de Von Mises - surface de coupe pour  $\mathcal{P}_h = 0$

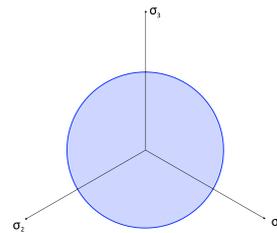


FIGURE 16 – Représentation du critère de Von Mises - cas plan :  $\mathcal{P}_h = 0$  - vue cavalière

### 4.2.2 Ecrouissage cinématique

Un matériau élastoplastique de Von Mises à écrouissage cinématique linéaire est tel que son domaine d'élasticité se déplace dans l'espace des déviateurs des contraintes tout en gardant sa forme et ses dimensions initiales. La linéarité vient du fait que son centre  $\overline{\overline{X}}$  est une fonction linéaire du tenseur des déformations plastiques donnée par  $c\overline{\overline{\varepsilon^P}}$  avec  $c$  le paramètre d'écrouissage. La fonction  $f$  définissant le domaine d'élasticité est donc donnée par :

$$\begin{aligned} f(\overline{\overline{\sigma}}, c\overline{\overline{\varepsilon^P}}) &= \sqrt{\frac{3}{2}(\text{dev}(\overline{\overline{\sigma}}) - \overline{\overline{X}}) : (\text{dev}(\overline{\overline{\sigma}}) - \overline{\overline{X}})} - \sigma_y \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}\|\overline{\overline{s}} - c\overline{\overline{\varepsilon^P}}\|^2} - \sigma_y \end{aligned} \quad (4.44)$$

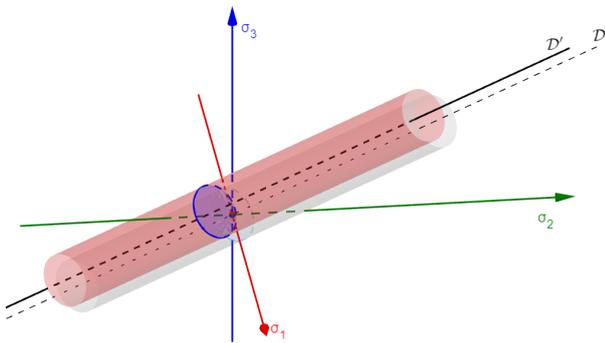


FIGURE 17 – Représentation du domaine d'élasticité avec écrouissage cinématique

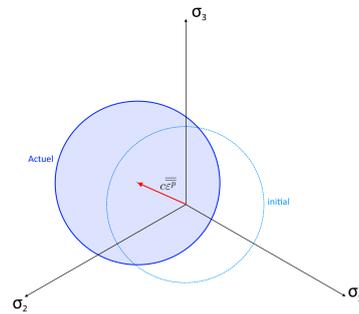


FIGURE 18 – Représentation du domaine d'élasticité avec écrouissage cinématique - plan du déviateur

Dans le repère des contraintes principales,  $f = 0$  définit un cercle de centre  $c\overline{\overline{\varepsilon^P}}$  et de rayon  $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_y$ .

### 4.2.3 Ecrouissage isotrope

Lorsque le domaine d'élasticité reste centré sur zéro mais augmente de taille, l'écrouissage est dit isotrope. La fonction  $f$  définissant le domaine d'élasticité est de la forme :

$$\begin{aligned} f(\bar{\sigma}, p) &= \sqrt{\frac{3}{2} dev(\bar{\sigma}) : dev(\bar{\sigma})} - k(p) \\ &= \sqrt{\frac{3}{2} \|\bar{s}\|^2} - k(p) \end{aligned} \quad (4.45)$$

où  $p$  désigne la déformation plastique cumulée. On a :

$$p(t) = \int_0^t \sqrt{\frac{3}{2} \bar{\varepsilon}^p(\tau) : \bar{\varepsilon}^p(\tau)} d\tau \quad (4.46)$$

$k(p)$  est la limite d'élasticité actuelle en traction simple. On a :  $k(0) = \sigma_y$ . En présence d'un écrouissage isotrope, le domaine change de rayon de manière homothétique.

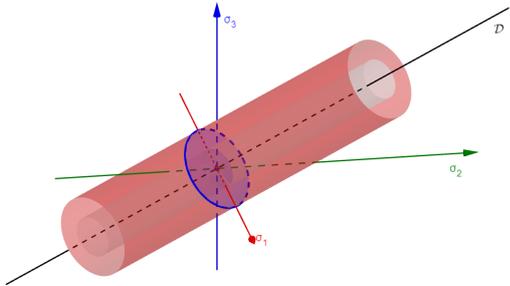


FIGURE 19 – Représentation du domaine d'élasticité avec écrouissage isotrope

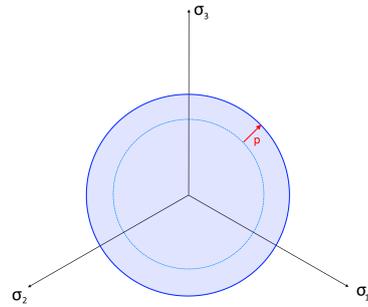


FIGURE 20 – Représentation du domaine d'élasticité avec écrouissage isotrope - plan du déviateur

Dans le repère des contraintes principales,  $f = 0$  définit un cercle de centre l'origine du repère et de rayon  $\sqrt{\frac{2}{3}}k(p)$ .

#### Exemple de fonction $k(p)$

L'écrouissage isotrope est linéaire, lorsque l'augmentation de la taille du domaine élastique est une fonction linéaire de la déformation plastique cumulée :

$$k(p) = \sigma_y + ap \quad (4.47)$$

Avec  $a$  une constante du matériau.

#### 4.2.4 Ecrouissage combiné cinématique et isotrope

Un matériau élastoplastique de Von Mises peut être à écrouissages combinés, cinématique linéaire et isotrope. La fonction  $f$  définissant le domaine d'élasticité est dans ce cas donnée par :

$$\begin{aligned} f(\bar{\sigma}, c\bar{\varepsilon}^p, p) &= \sqrt{\frac{3}{2}(\text{dev}(\bar{\sigma}) - \bar{X}) : (\text{dev}(\bar{\sigma}) - \bar{X})} - k(p) \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}\|\bar{s} - c\bar{\varepsilon}^p\|} - k(p) \end{aligned} \quad (4.48)$$

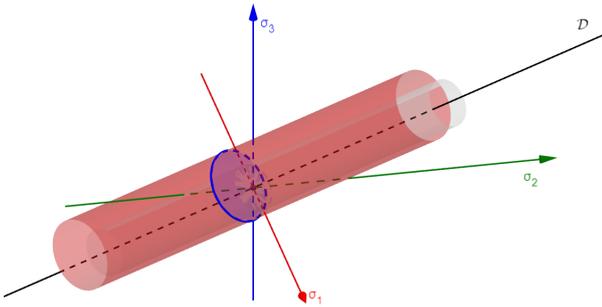


FIGURE 21 – Représentation du domaine d'élasticité avec écrouissage cinématique et isotrope

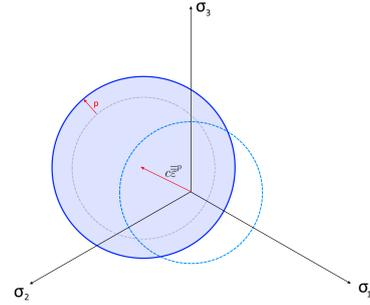


FIGURE 22 – Représentation du domaine d'élasticité avec écrouissage cinématique et isotrope - plan du déviateur

Dans le repère des contraintes principales,  $f = 0$  définit un cercle de centre  $c\bar{\varepsilon}^p$  et de rayon  $\sqrt{\frac{2}{3}}k(p)$ .

#### 4.2.5 Lien entre Mises et le passage d'échelle macroscopique à mésoscopique

Une application du critère de Von Mises à l'échelle mésoscopique nous permet de déterminer le domaine élastique de l'échelle mésoscopique du métal polycristallin. La fonction  $f$  définissant le domaine d'élasticité est dans ce cas donnée par :

$$f(\bar{\sigma}, p) = \sqrt{\frac{3}{2} dev(\bar{\sigma}) : dev(\bar{\sigma})} - k(p) \quad (4.49)$$

La surface de charge du domaine élastique est alors définie ainsi :

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{3}{2} \bar{s} : \bar{s}} \leq k(p) &\implies \sqrt{\frac{3}{2} (\bar{S} + \bar{\rho}^*) : (\bar{S} + \bar{\rho}^*)} \leq k(p) \\ f(\bar{S}, \bar{\rho}^*, p) &= \sqrt{\frac{3}{2} \|\bar{S} + \bar{\rho}^*\|} - k(p) \end{aligned} \quad (4.50)$$

En faisant le parallèle avec un matériau de type Von Mises à écrouissage cinématique linéaire et isotrope, par équivalence, le domaine élastique à l'échelle des cristaux est excentré, comme un écrouissage cinématique linéaire, à cause des contraintes résiduelles, par rapport au domaine élastique à l'échelle macroscopique.

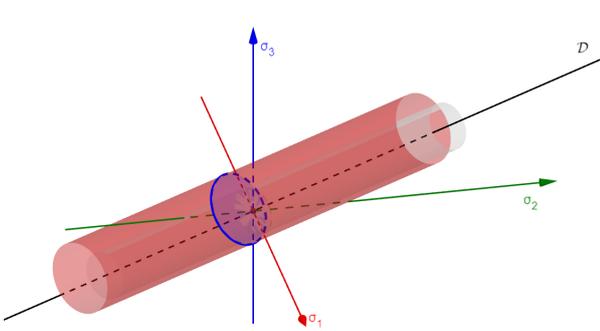


FIGURE 23 – Représentation des domaines d'élasticité mésoscopique (en rouge) et macroscopique (en gris)

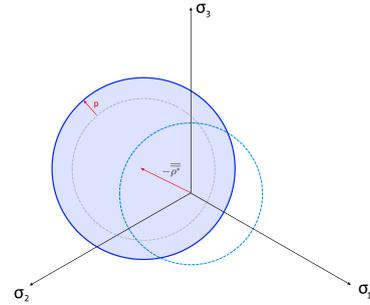


FIGURE 24 – Représentation des domaines d'élasticité mésoscopique et macroscopique - plan du déviateur

Dans le repère des contraintes principales,  $f = 0$  définit un cercle de centre  $-\bar{\rho}^*$  et de rayon  $\sqrt{\frac{2}{3}}k(p)$ .

#### 4.2.6 Multiaxialité et espace des déviateurs

La multiaxialité, par définition, entraîne une variation des directions des contraintes principales. De ce fait, le plan des déviateurs n'est pas fixe. Plutôt que de faire des changements de base à chaque instant, il est préférable de se placer dans l'espace des déviateurs.

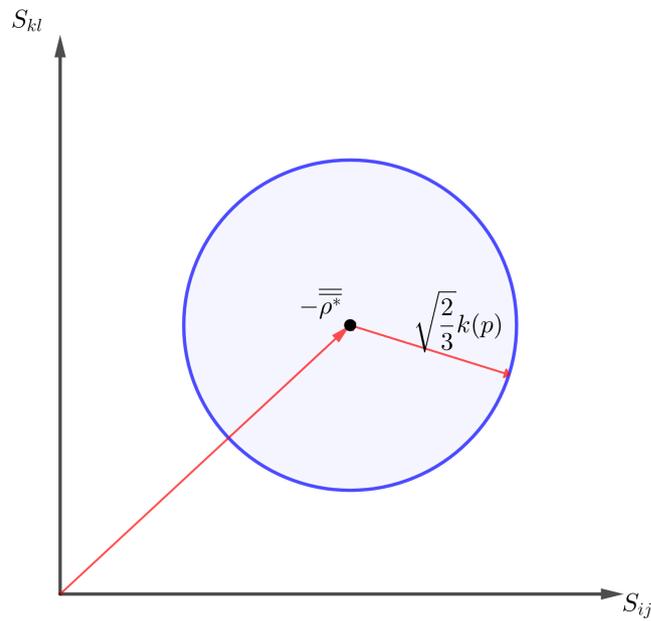


FIGURE 25 – Domaine d'élasticité actuel dans l'espace des déviateurs

Dans l'espace des déviateurs des contraintes,  $f = 0$  définit une hypersphère de centre  $-\overline{\rho^*}$  et de rayon  $\sqrt{\frac{2}{3}}k(p)$ . On obtient ainsi une méthode pour calculer les contraintes résiduelles et réaliser le changement d'échelle.

## 5 Calcul de la durée de vie

L'objectif est d'obtenir une cartographie du nombre de cycle qu'une pièce peut subir avant rupture à partir d'un champ de contrainte cyclique.

$$\bar{\bar{\Sigma}}(t) = \begin{bmatrix} \Sigma_{11}(t) & \Sigma_{12}(t) & \Sigma_{13}(t) \\ \Sigma_{12}(t) & \Sigma_{22}(t) & \Sigma_{23}(t) \\ \Sigma_{13}(t) & \Sigma_{23}(t) & \Sigma_{33}(t) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Pour calculer l'endommagement en se basant sur le critère de Dang Van, nous calculons dans un premier temps, à chaque instant la pression hydrostatique mésoscopique.

$$p_h(t) = \mathcal{P}_h(t) = \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\bar{\Sigma}}(t)) \quad (5.2)$$

Dans un second temps, il faut déterminer la contrainte de cisaillement maximale mésoscopique à chaque instant. Pour cela, il existe deux méthodes :

### 5.1 1<sup>ère</sup> méthode : Projection sur facette

On cherche sur chaque facette de normale  $\vec{n}$ , le plus petit cercle circonscrit au trajet de chargement décrit par l'extrémité du vecteur de contrainte tangentielle macroscopique. A partir du tenseur de contrainte  $\bar{\bar{\Sigma}}(t)$  on obtient un vecteur contrainte :  $\vec{\Gamma}(t) = \bar{\bar{\Sigma}}(t) \cdot \vec{n}$ . On décompose le vecteur contrainte en une somme de 2 vecteurs :

$$\vec{\Gamma}(t) = \vec{T}(\vec{n}, t) + (\vec{n} \cdot \vec{\Gamma}(t)) \cdot \vec{n} \iff \vec{T}(\vec{n}, t) = \vec{\Gamma}(t) - \Sigma_n(\vec{n}, t) \quad (5.3)$$

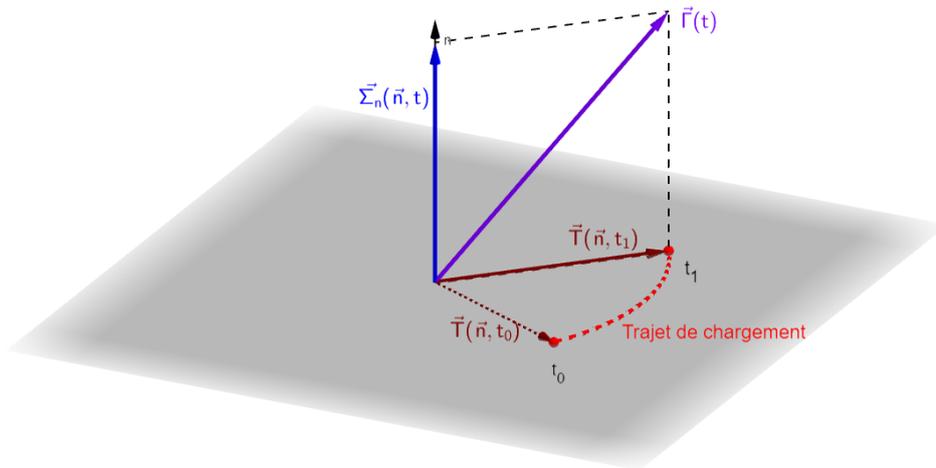


FIGURE 26 – Décomposition du vecteur contrainte sur une facette et trajet de chargement décrit par la composante tangentielle

Pour réaliser le changement d'échelle afin de calculer la contrainte de cisaillement mésoscopique, il faut déterminer les contraintes résiduelles planes dans l'état stabilisé  $\vec{\tau}^*(\vec{n})$ . Cet état des contraintes résiduelles planes stabilisé  $\vec{\tau}^*$  correspond à l'état stabilisé du champs de contrainte résiduelle  $\overline{\rho}^*$  décrit plus haut.  $\overline{\rho}^*$  est l'équivalent de  $\vec{\tau}^*$ . En déterminant le plus petit cercle circonscrit au trajet de chargement macroscopique (voir figure 27), les contraintes résiduelles planes dans l'état stabilisé correspondant au centre du cercle. Une fois déterminé, il est possible de calculer la contrainte de cisaillement mésoscopique noté  $\tau$  à partir de la contrainte de cisaillement macroscopique noté  $T$ .

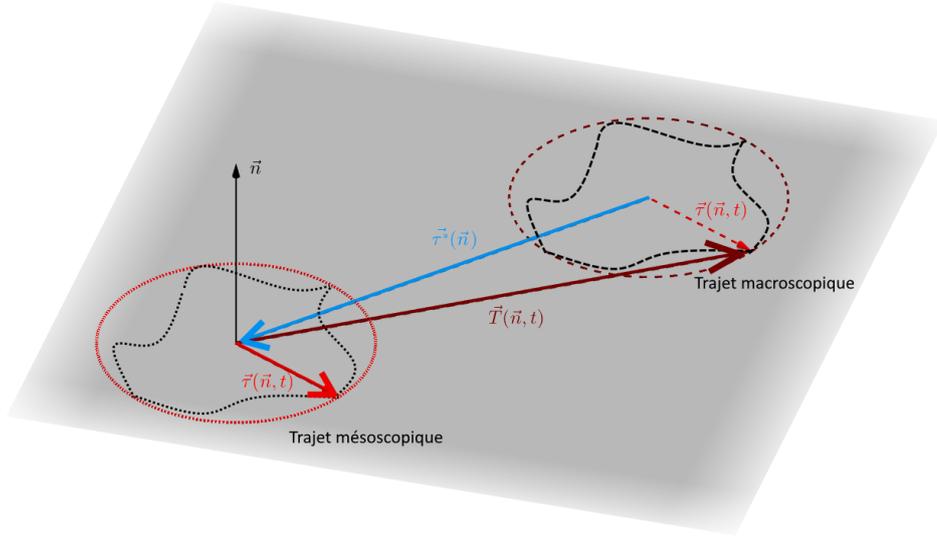


FIGURE 27 – Estimation de la contrainte résiduelle plane  $\vec{\tau}^*(\vec{n})$

$$\vec{\tau}(\vec{n}, t) = \vec{T}(\vec{n}, t) + \vec{\tau}^*(\vec{n}) \quad (5.4)$$

Le critère de Dang Van s'écrit :

$$\forall x, \forall \vec{n} \quad \tau(\vec{n}, t) + ap_h(t) \leq b \quad (5.5)$$

Ou

$$\max_t [\max_n [\tau(\vec{n}, t) + ap_h(t)]] \leq b \quad (5.6)$$

Pour la maximisation des facettes, il suffit de déterminer, à chaque instant, qu'elle est l'orientation de la facette pour laquelle la contrainte de cisaillement mésoscopique est maximale. Ensuite, la maximisation sur le temps est réalisée en déterminant à quel instant la contrainte de cisaillement mésoscopique est maximale.

On peut s'affranchir de la maximisation sur la facette, en considérant, selon le critère de Tresca, que la contrainte de cisaillement mésoscopique maximale est donnée par la plus grande des demi-différences des valeurs principales du déviateur des contraintes mésoscopiques.

## 5.2 2<sup>ème</sup> méthode : Déviateur et Tresca

Les déviateurs des contraintes mésoscopiques et macroscopiques sont reliés par la relation :

$$\overline{\bar{s}}(t) = \overline{\bar{S}}(t) + \overline{\bar{\rho}^*} \quad (5.7)$$

Le tenseur de contrainte résiduelle est calculé à partir du centre de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de chargement dans l'espace des déviateurs (cf. 3.3.6). Une fois la partie déviatorique du tenseur des contraintes mésoscopiques obtenue, à partir du critère de Tresca on est capable de déterminer

l'amplitude de contrainte de cisaillement mésoscopique maximisée sur les facettes :

$$\tau(t) = \frac{1}{2}\sigma_{Tresca} = \frac{1}{2}[\sigma_1(t) - \sigma_3(t)] = \frac{1}{2}[(p_h(t) + s_1(t)) - (p_h(t) + s_3(t))] \quad (5.8)$$

$$\tau(t) = \frac{1}{2}[s_1(t) - s_3(t)] \quad (5.9)$$

Avec  $s_1 \geq s_2 \geq s_3$  les contraintes principales du tenseur déviateur mésoscopique.

### 5.3 Evaluation des coefficients a et b

Les deux constantes matériau, a et b, sont reliées aux limites d'endurance des essais de fatigue classique en flexion et torsion pure. En se plaçant dans ces cas particuliers, les directions principales ne varient pas dans le temps (voir figure 29 et 31). L'utilisation des cercles de Mohr devient possible dans ces cas particuliers. Il est alors possible d'évaluer la valeur des coefficients a et b. En traction-compression, le tenseur de contrainte s'écrit :

$$\bar{\bar{\Sigma}}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

En torsion pure, le tenseur de contrainte s'écrit :

$$\bar{\bar{\Sigma}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \tau_m + \tau_R \sin(\omega t) & 0 \\ \tau_m + \tau_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

#### 5.3.1 1<sup>ière</sup> méthode : projection sur facette

a) Cas particulier : Traction-compression uniaxial

Facette de normale  $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$

$$\vec{\Gamma}(t) = \bar{\bar{\Sigma}}(t) \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} [\sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t)] \cdot n_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

$$\vec{T}(\vec{n}, t) = \vec{\Gamma}(t) - (\vec{n} \cdot \vec{\Gamma}(t)) \cdot \vec{n} \quad (5.13)$$

$$\vec{T}(\vec{n}, t) = \begin{pmatrix} [\sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t)] \cdot n_1 - n_1^3 \cdot [\sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t)] \\ 0 - n_1^2 n_2 \cdot [\sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t)] \\ 0 - n_1^2 n_3 \cdot [\sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t)] \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

$$\vec{T}(\vec{n}, t) = \sigma_m \cdot n_1 \begin{pmatrix} 1 - n_1^2 \\ -n_1 n_2 \\ -n_1 n_3 \end{pmatrix} + \sigma_R \sin(\omega t) \cdot n_1 \begin{pmatrix} 1 - n_1^2 \\ -n_1 n_2 \\ -n_1 n_3 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

$$\vec{T}(\vec{n}, t) = \vec{T}_m(\vec{n}) + \vec{T}_R(\vec{n}, t) \quad (5.16)$$

Les vecteurs projetés sur la facette représentent le trajet de chargement du cisaillement dans le cas de traction-compression sur la figure 29. Ces vecteurs forment un trajet linéaire. La norme et le sens dépendent du temps mais la direction reste identique au cours du temps. Le trajet de chargement est symétrique par rapport au point M qui représente le milieu du segment. Le plus petit cercle circonscrit au trajet de chargement est excentré de  $\|\vec{T}_m\|$  la contrainte moyenne de cisaillement macroscopique. Le passage macro-méso s'effectue en recentrant le cercle au centre du repère :

$$\vec{\tau}(\vec{n}, t) = \vec{T}(\vec{n}, t) - \vec{T}_m(\vec{n}) \quad (5.17)$$

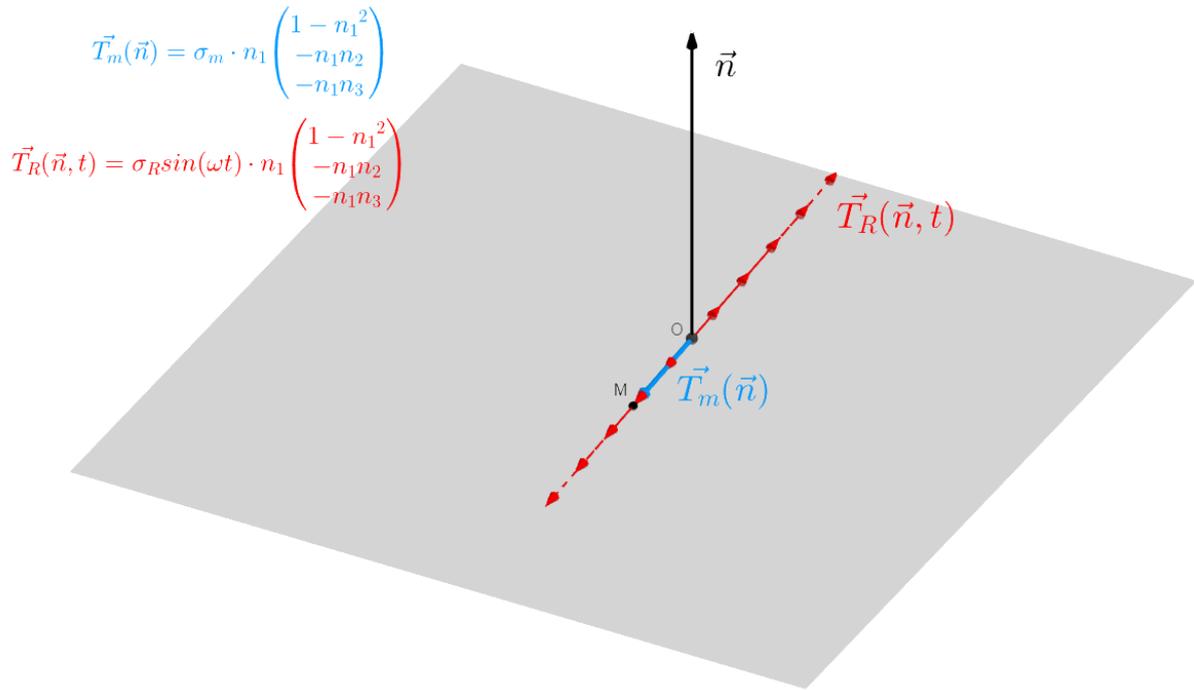


FIGURE 28 – Vecteurs contrainte de cisaillement au cours du temps ; traction-compression

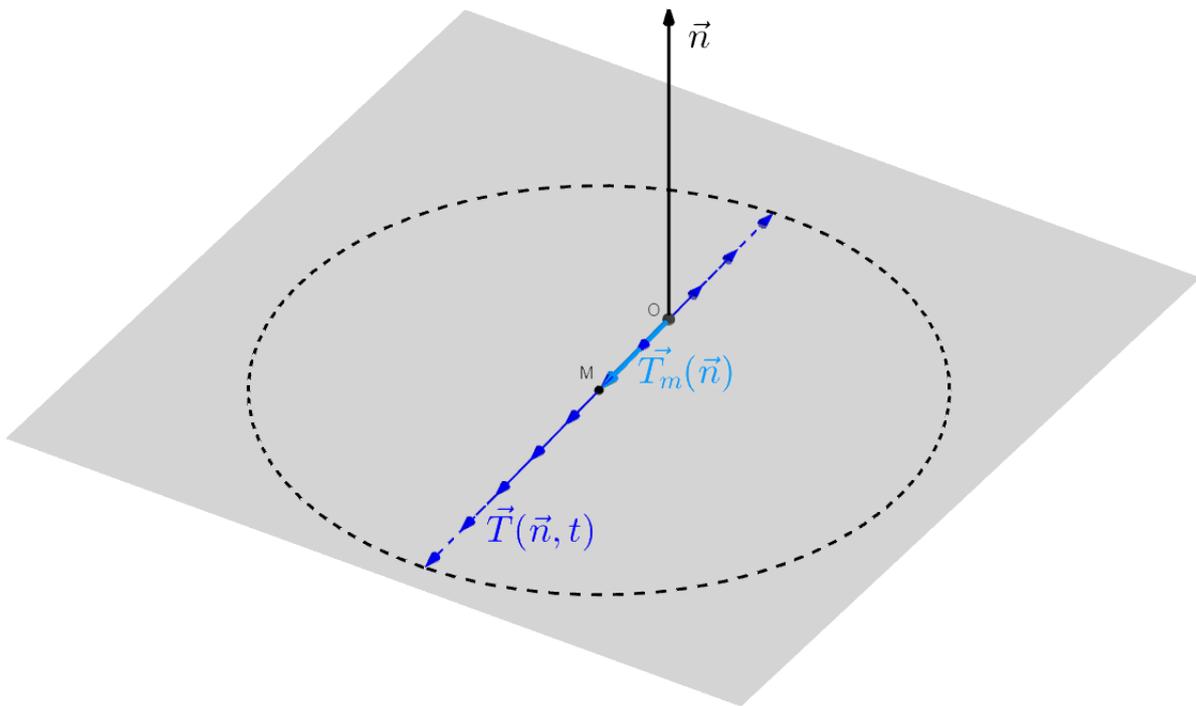


FIGURE 29 – Vecteurs contrainte de cisaillement au cours du temps ; traction-compression

Il est possible de faire le parallèle avec les contraintes résiduelles à l'aide des figures 27 et 29. Finalement,  $-\vec{T}_m = \vec{\tau}^*$  et  $T_R(\vec{n}, t) = \tau(\vec{n}, t)$ .

Les vecteurs sont colinéaires. On peut donc réécrire l'expression 5.17 avec des normes :

$$T_R(\vec{n}, t) = T(\vec{n}, t) - T_m(\vec{n}) \iff \tau(\vec{n}, t) = T(\vec{n}, t) + \tau^*(\vec{n}) \quad (5.18)$$

En se plaçant dans le plan de Mohr, il est alors possible de calculer l'amplitude de contrainte de cisaillement mésoscopique :

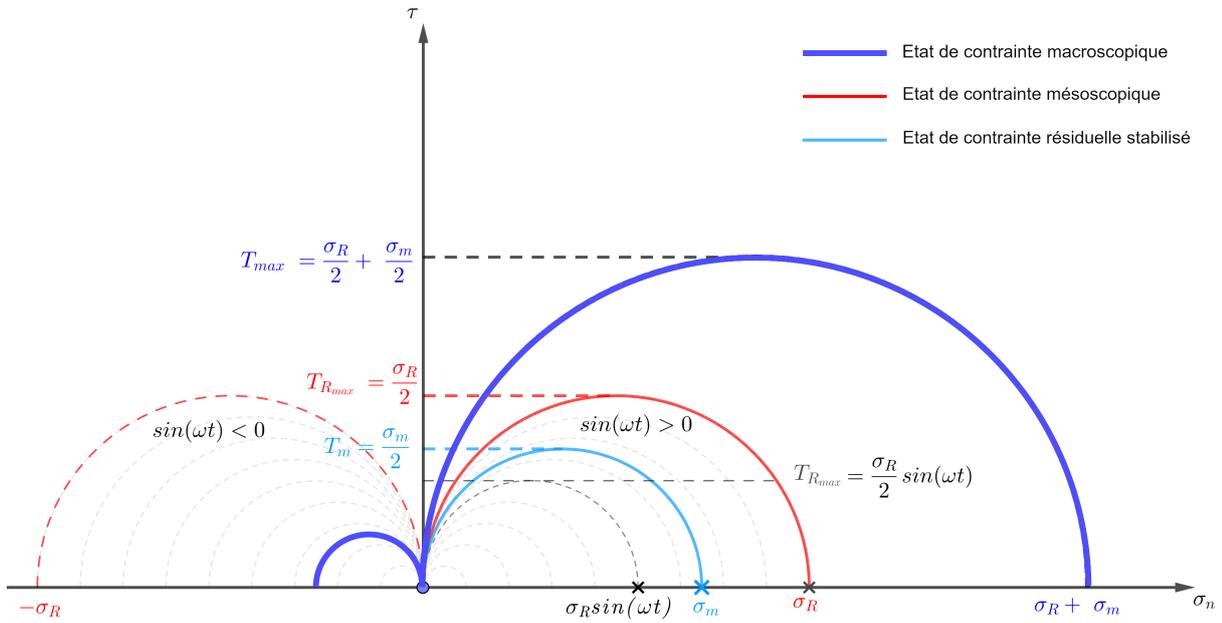


FIGURE 30 – Plan de Mohr : cas de traction-compression

L'amplitude de contrainte de cisaillement et la pression hydrostatique mésoscopiques sont maximales lorsque  $\sin(\omega t) = \pm 1$

Donc :

$$\max_t[\tau(\vec{n}, t)] = \tau_{max}(\vec{n}) = T_{max}(\vec{n}) - T_m(\vec{n}) = \frac{\sigma_m + \sigma_R}{2} - \frac{\sigma_m}{2} \quad (5.19)$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_R}{2} \quad (5.20)$$

$$\max_t[p_h] = \frac{1}{3} \cdot tr(\bar{\sigma}) = \frac{\sigma_m + \sigma_R}{3} \quad (5.21)$$

D'après le critère de Dang Van défini par l'inéquation 3.1 :

$$\frac{\sigma_R}{2} + a \cdot \frac{\sigma_m + \sigma_R}{3} \leq b \quad (5.22)$$

b) Cas particulier : Torsion pure

$$\vec{\Gamma}(t) = \vec{\Sigma}(t) \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} [\tau_m + \tau_R \sin(\omega t)] \cdot n_2 \\ [\tau_m + \tau_R \sin(\omega t)] \cdot n_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

$$\vec{T}(t, \vec{n}) = \vec{\Gamma}(t) - (\vec{n} \cdot \vec{\Gamma}(t)) \cdot \vec{n} \quad (5.24)$$

$$\vec{T}(t, \vec{n}) = \begin{pmatrix} [\tau_m + \tau_R \sin(\omega t)] \cdot n_2 - 2n_1^2 n_2 \cdot [\tau_m + \tau_R \sin(\omega t)] \\ [\tau_m + \tau_R \sin(\omega t)] \cdot n_1 - 2n_1 n_2^2 \cdot [\tau_m + \tau_R \sin(\omega t)] \\ -2n_1 n_2 n_3 \cdot [\tau_m + \tau_R \sin(\omega t)] \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

$$\vec{T}(\vec{n}, t) = \tau_m \cdot \begin{pmatrix} n_2 \cdot (1 - 2 \cdot n_1^2) \\ n_1 \cdot (1 - 2 \cdot n_2^2) \\ -2n_1 n_2 n_3 \end{pmatrix} + \tau_R \sin(\omega t) \cdot \begin{pmatrix} n_2 \cdot (1 - 2 \cdot n_1^2) \\ n_1 \cdot (1 - 2 \cdot n_2^2) \\ -2n_1 n_2 n_3 \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

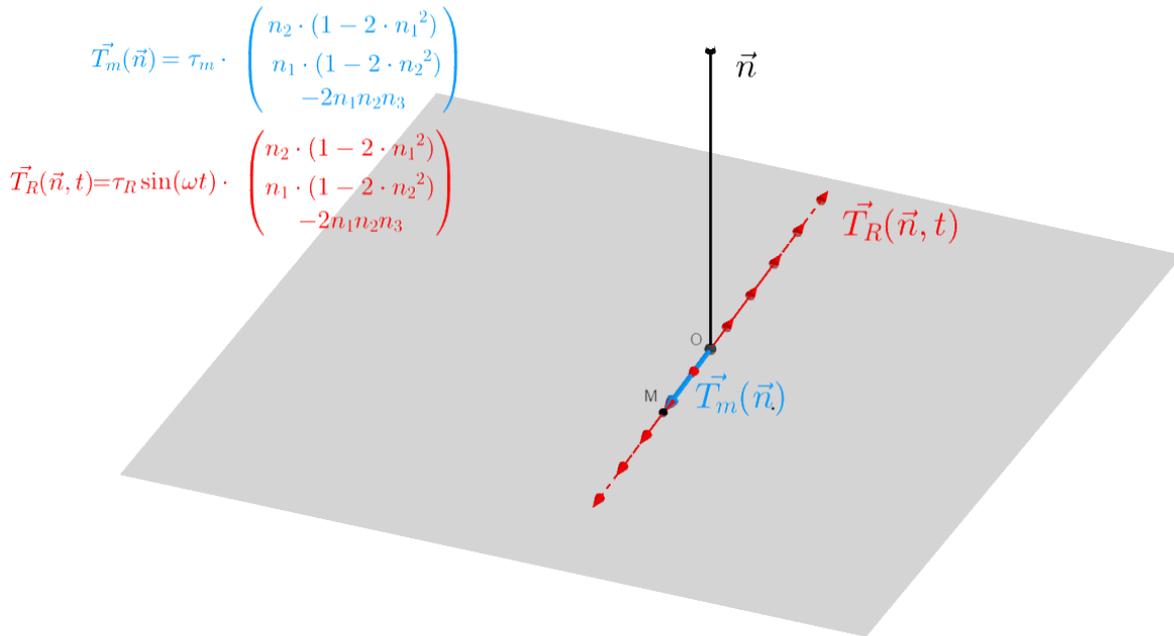


FIGURE 31 – Vecteurs contrainte de cisaillement au cours du temps ; torsion pure

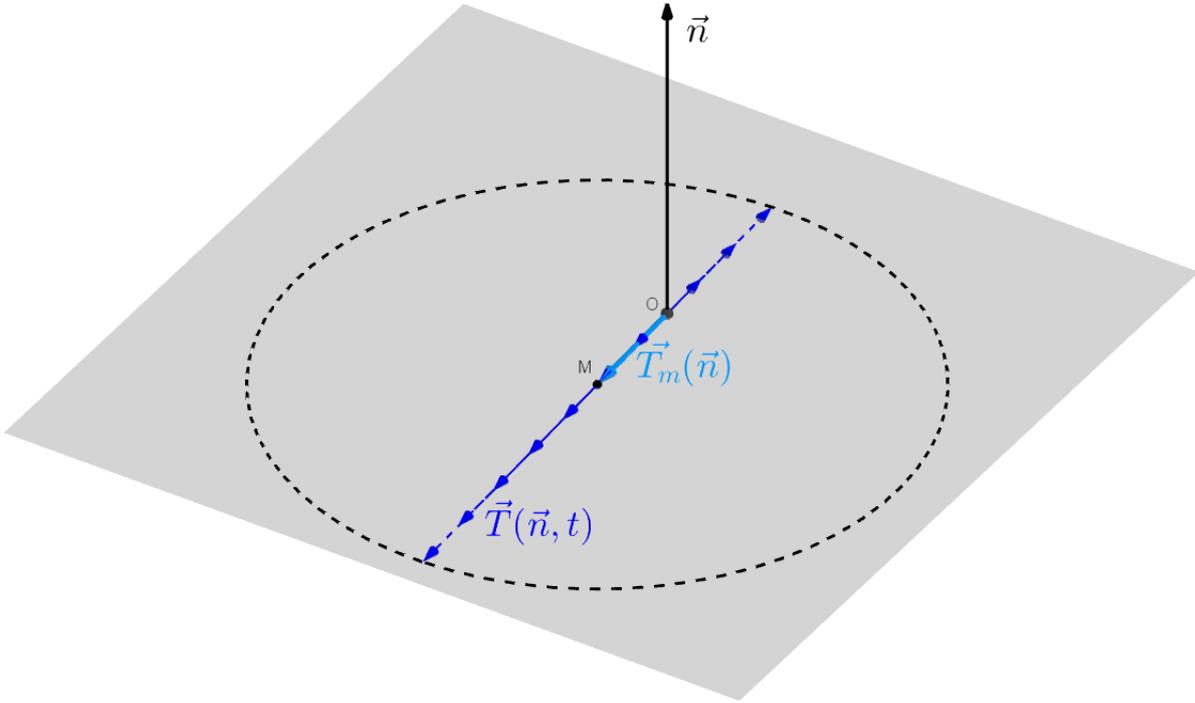


FIGURE 32 – Vecteurs contrainte de cisaillement au cours du temps ; torsion pure

De manière similaire à la figure 28, les vecteurs forment un trajet linéaire. La norme et le sens dépendent du temps mais la direction reste identique au cours du temps. Le trajet de chargement est symétrique par rapport au point M qui représente le milieu du segment. Le plus petit cercle circonscrit au trajet de chargement est excentré de  $\|\vec{T}_m\|$  la contrainte moyenne de cisaillement macroscopique. Le passage macro-méso s'effectue en recentrant le cercle au centre du repère :

$$\tau(t, \vec{n}) = T(t, \vec{n}) - T_m(\vec{n}) \quad (5.27)$$

Il est possible de faire le parallèle avec les contraintes résiduelles à l'aide des figures 27 et 31. Finalement,  $-\vec{T}_m = \vec{\tau}^*$  et  $T_R(\vec{n}, t) = \tau(\vec{n}, t)$ .

Les vecteurs sont colinéaires. On peut donc réécrire l'expression 5.17 avec des normes :

$$T_R(\vec{n}, t) = T(\vec{n}, t) - T_m(\vec{n}) \iff \tau(\vec{n}, t) = T(\vec{n}, t) + \tau^*(\vec{n}) \quad (5.28)$$

En se plaçant dans le plan de Mohr, il est alors possible de calculer l'amplitude de contrainte de cisaillement mésoscopique. Le tenseur de contraintes en essai de torsion pure se diagonalise ainsi :

$$\bar{\bar{\Sigma}}(t) = \begin{pmatrix} \tau_m + \tau_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & -[\tau_m + \tau_R \sin(\omega t)] & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

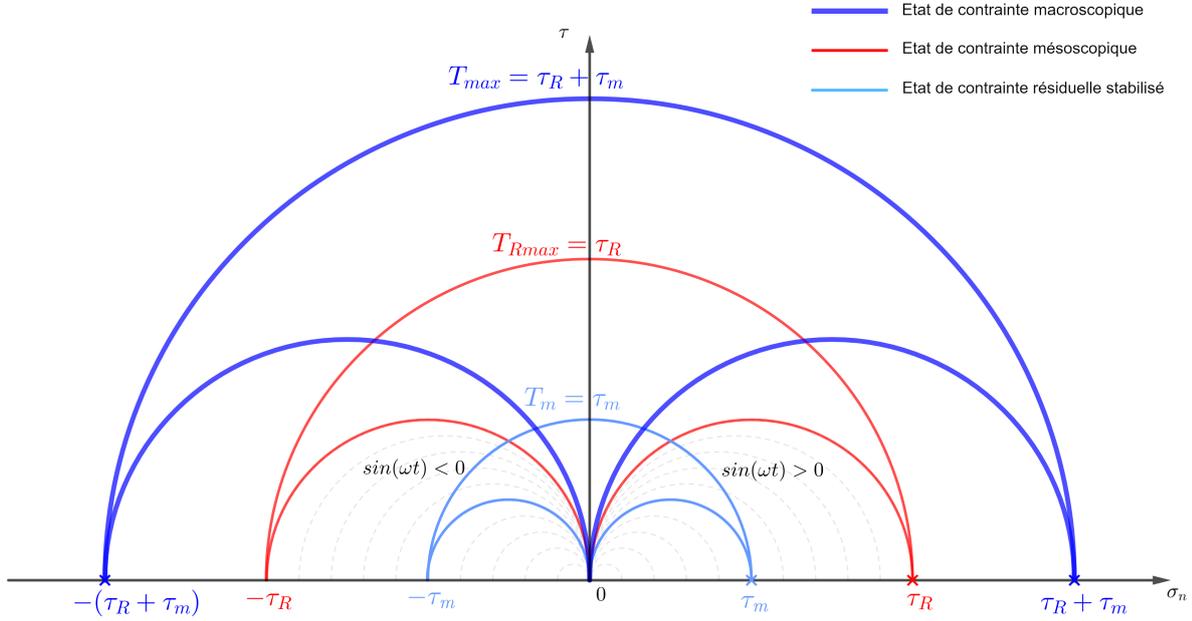


FIGURE 33 – Plan de Mohr : cas de torsion pure

L'amplitude de contrainte de cisaillement mésoscopique est maximale lorsque  $\sin(\omega t) = \pm 1$ . La pression hydrostatique est nulle au cours de l'essai de torsion pure.

Donc :

$$\max_t[\tau(\vec{n}, t)] = \tau_{max}(\vec{n}) = T_{max}(\vec{n}) - T_m(\vec{n}) = \tau_m + \tau_R - \tau_m \quad (5.30)$$

$$\tau_{max}(\vec{n}) = \tau_R \quad (5.31)$$

$$\max_t[p_h] = \frac{1}{3} \cdot tr(\bar{\sigma}) = 0 \quad (5.32)$$

D'après le critère de Dang Van défini par l'inéquation 3.1 :

$$\tau_R \leq b \quad (5.33)$$

On résout le système d'équations à partir des inéquation 5.22 et 5.33 pour déterminer les coefficients a et b :

$$\begin{cases} \frac{\sigma_R}{2} + a \cdot \frac{\sigma_m + \sigma_R}{3} = b \\ \tau_R = b \end{cases} \quad (5.34)$$

D'après l'hypothèse de Von Mises :

$$\tau_{eq} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{eq} \implies \tau_R = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_R \quad (5.35)$$

$$\begin{cases} a = \frac{3}{\sigma_m + \sigma_R} \cdot \left( \frac{\sigma_R}{\sqrt{3}} - \frac{\sigma_R}{2} \right) \\ b = \tau_R \end{cases} \quad (5.36)$$

Finalement, on obtient les coefficients a et b en fonction de l'amplitude de contrainte et de la contrainte moyenne :

$$\begin{cases} a = \frac{(2-\sqrt{3})\sigma_R}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{\sigma_m + \sigma_R} \\ b = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_R \end{cases} \quad (5.37)$$

Dans le cas particulier où le ratio vaut -1 et que donc la contrainte moyenne est nulle. Le coefficient a est alors indépendant de l'amplitude de contrainte et de la contrainte moyenne.  $a \approx 0.232$ . De même pour un ratio de 0, le coefficient  $a \approx 0.116$

### 5.3.2 2<sup>ième</sup> méthode : déviateur et Tresca

On se propose une 2<sup>ième</sup> méthode pour déterminer les coefficients a et b en passant par le déviateur. Cette méthode se rapproche de la méthode utilisée pour calculer les contraintes de cisaillement mésoscopique en passant par l'espace des déviateurs. Dans les cas particuliers de traction compression et de torsion pure, les directions des contraintes principales ne varient pas au cours du temps. Il existe alors un unique plan du déviateur au cours du trajet de chargement.

a) Cas particulier : traction-compression

La décomposition du tenseur de contrainte en sa partie sphérique et déviatorique dans ce cas particulier s'écrit :

$$\bar{\Sigma}(t) = \mathcal{P}_h(t) \cdot \bar{I} + \bar{S}(t) \quad (5.38)$$

$$\mathcal{P}_h(t) \cdot \bar{I} = p_h(t) \cdot \bar{I} = \frac{\sigma_R \sin(\omega t) + \sigma_m}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.39)$$

$$\bar{S}(t) = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}[\sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t)] & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t)}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t)}{3} \end{pmatrix} \quad (5.40)$$

On représente le trajet de chargement de traction-compression dans le repère des directions des contraintes principales. Le trajet de chargement, représenté en violet figure 34 est projeté sur le plan du déviateur. La projection est représentée par un nuage de point bleu foncé. Le plus petit cercle englobant le trajet de chargement projeté dans le plan du déviateur est représenté en pointillés.

Ce cercle n'est pas centré sur le repère. Comme dans la 1<sup>ière</sup> méthode, pour réaliser le changement d'échelle, il faut recentrer le cercle. En décomposant le déviateur, on se rend compte que la partie fixe qui provoque l'excentrement provient de la contrainte moyenne :

$$\bar{S}(t) = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}\sigma_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sigma_R \sin(\omega t)}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sigma_R \sin(\omega t)}{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{2}{3}\sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sigma_m}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sigma_m}{3} \end{pmatrix} \quad (5.41)$$

Par identification on en déduit  $\bar{\rho}^*$  :

$$-\bar{\rho}^* = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}\sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sigma_m}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sigma_m}{3} \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

$$\bar{s}(t) = \bar{S}(t) + \bar{\rho}^* \quad (5.43)$$

$$\bar{s}(t) = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}\sigma_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sigma_R \sin(\omega t)}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sigma_R \sin(\omega t)}{3} \end{pmatrix} \quad (5.44)$$

Le rayon du cercle est maximum lorsque la distance entre le point le plus éloigné du nuage et le centre du repère est maximale au cours du temps. C'est à dire lorsque  $\sin(\omega t) = \pm 1$

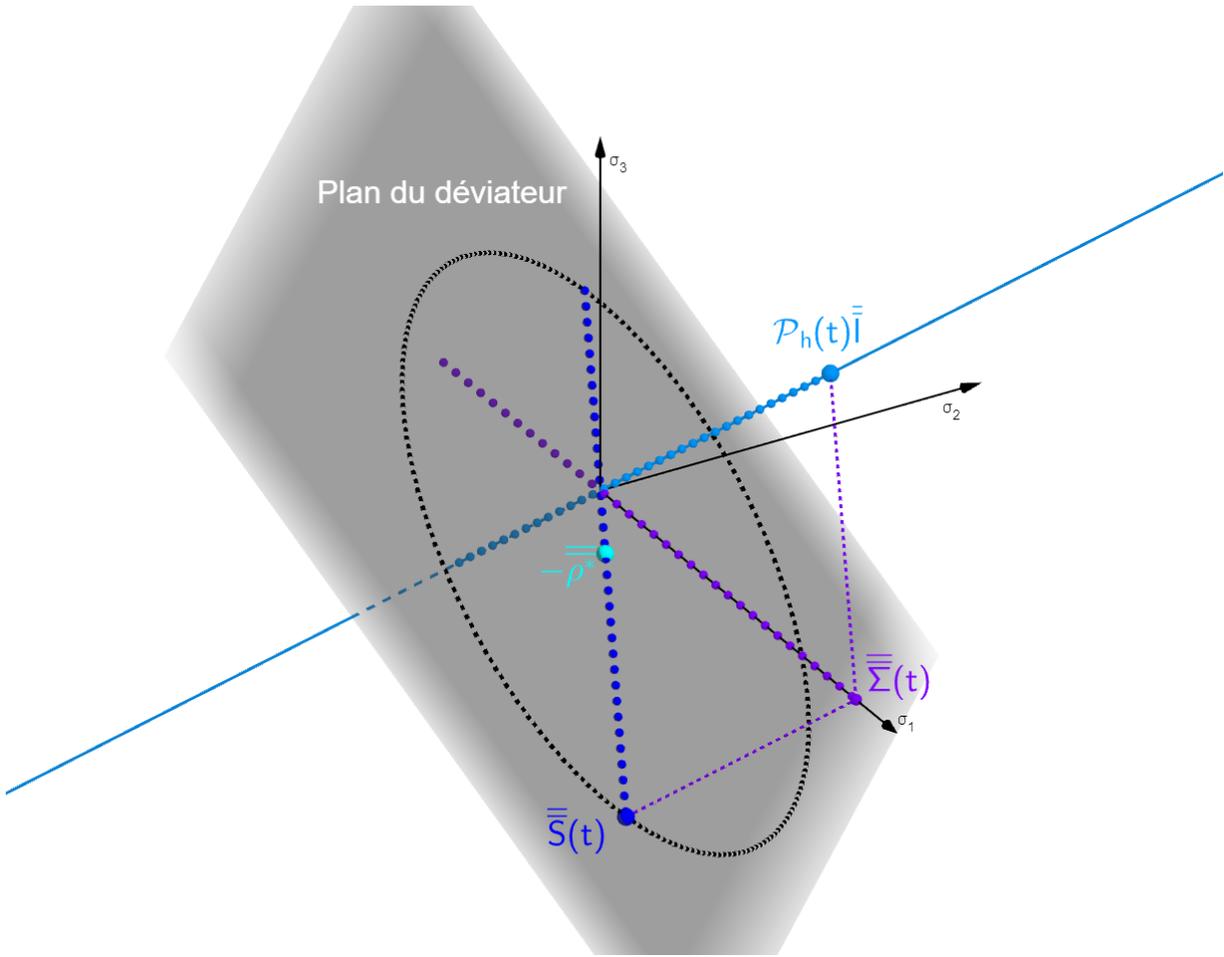


FIGURE 34 – Plan du déviateur : cas de traction-compression, échelle macroscopique

Le calcul de la contrainte de cisaillement mésoscopique s'effectue à l'aide du critère de Tresca :

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \sigma_{Tresca} \quad (5.45)$$

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \max_t [s_1(t) - s_3(t)] \quad (5.46)$$

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} \sigma_R + \frac{1}{3} \sigma_R \right) \quad (5.47)$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_R}{2} \quad (5.48)$$

Avec  $s_1 \geq s_2 \geq s_3$  les contraintes principales du tenseur déviateur mésoscopique. Pour la pression hydrostatique :

$$\max_t [p_h(t)] = \frac{1}{3} \cdot tr(\bar{\bar{\Sigma}}(t)) = \frac{\sigma_R + \sigma_m}{3} \quad (5.49)$$

D'après le critère de Dang Van défini par l'inéquation 3.1, on retrouve l'inéquation 5.22 de la partie précédente :

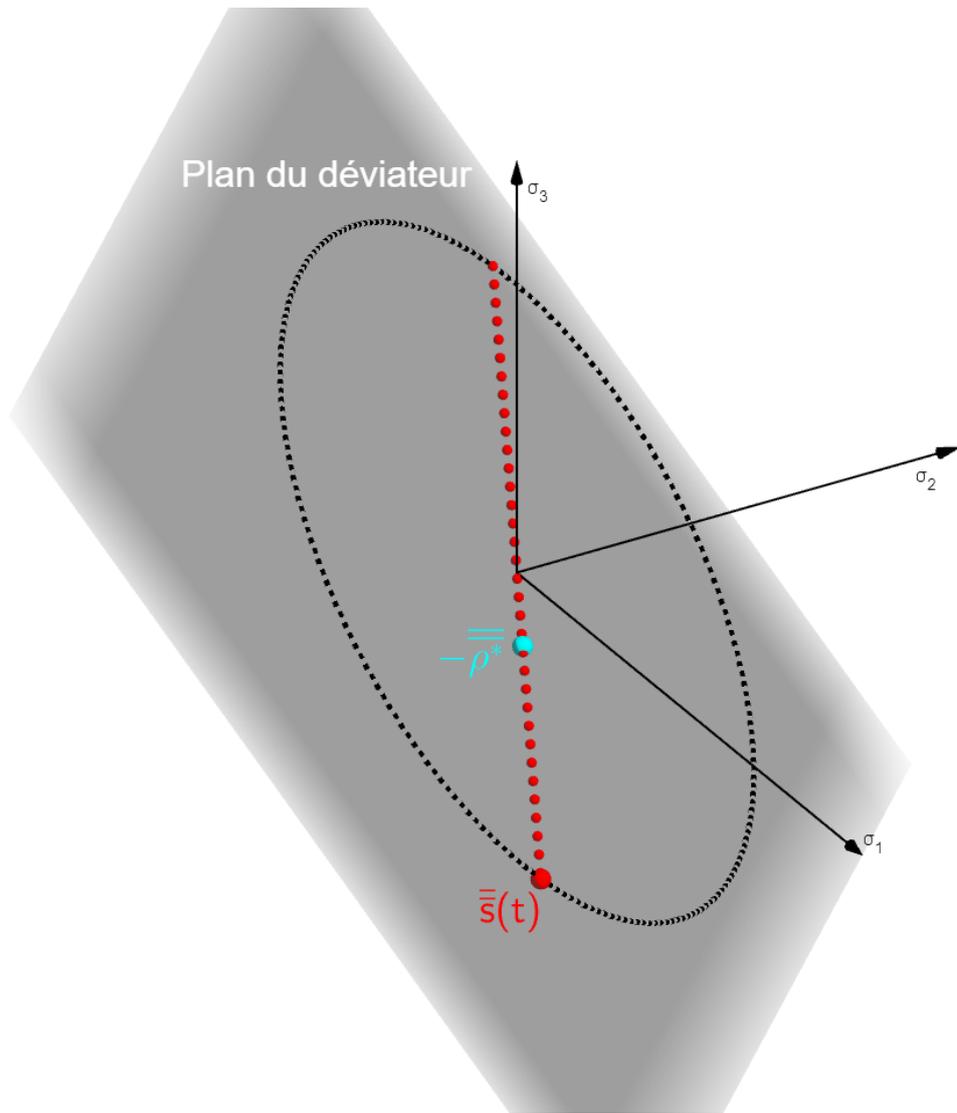


FIGURE 35 – Plan du déviateur : cas de traction-compression, échelle mésoscopique

$$\frac{\sigma_R}{2} + a \cdot \frac{\sigma_R + \sigma_m}{3} \leq b \quad (5.50)$$

b) Cas particulier : torsion pure

La décomposition du tenseur de contrainte en sa partie sphérique et déviatorique dans ce cas particulier s'écrit :

$$\bar{\Sigma}(t) = \mathcal{P}_h(t) \cdot \bar{I} + \bar{S}(t) \quad (5.51)$$

$$\mathcal{P}_h(t) \cdot \bar{I} = p_h(t) \cdot \bar{I} = \bar{0} \quad (5.52)$$

$$\bar{S}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \tau_m + \tau_R \sin(\omega t) & 0 \\ \tau_m + \tau_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.53)$$

Dans le repère des contraintes principales, les tenseurs de contrainte et de déviateur de contrainte diagonalisés s'écrivent :

$$\bar{\Sigma}(t) = \bar{S}(t) = \begin{pmatrix} \tau_m + \tau_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & -\tau_m - \tau_R \sin(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.54)$$

On représente le trajet de chargement de torsion dans le repère des directions des contraintes principales. Le trajet de chargement, dans le cas de la torsion, est purement déviatorique. Sa représentation en bleu foncé, figure 36 est déjà sur le plan du déviateur. Le plus petit cercle englobant au trajet de chargement projeté dans le plan du déviateur est représenté en pointillé.

Ce cercle n'est pas centré sur le repère. Comme dans la 1<sup>ière</sup> méthode, pour réaliser le changement d'échelle, il faut recentrer le cercle. En décomposant le déviateur, on se rend compte que la partie fixe qui provoque l'excentrement provient de la contrainte moyenne :

$$\bar{S}(t) = \begin{pmatrix} -\tau_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & \tau_R \sin(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\tau_m & 0 & 0 \\ 0 & \tau_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.55)$$

$$-\bar{\rho}^* = \begin{pmatrix} -\tau_m & 0 & 0 \\ 0 & \tau_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.56)$$

$$\bar{s}(t) = \bar{S}(t) + \bar{\rho}^* \quad (5.57)$$

$$\bar{s}(t) = \begin{pmatrix} -\tau_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & \tau_R \sin(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.58)$$

Le rayon du cercle est maximal lorsque la distance entre le point le plus éloigné du nuage et le centre du repère est maximale au cours du temps. C'est à dire lorsque  $\sin(\omega t) = \pm 1$

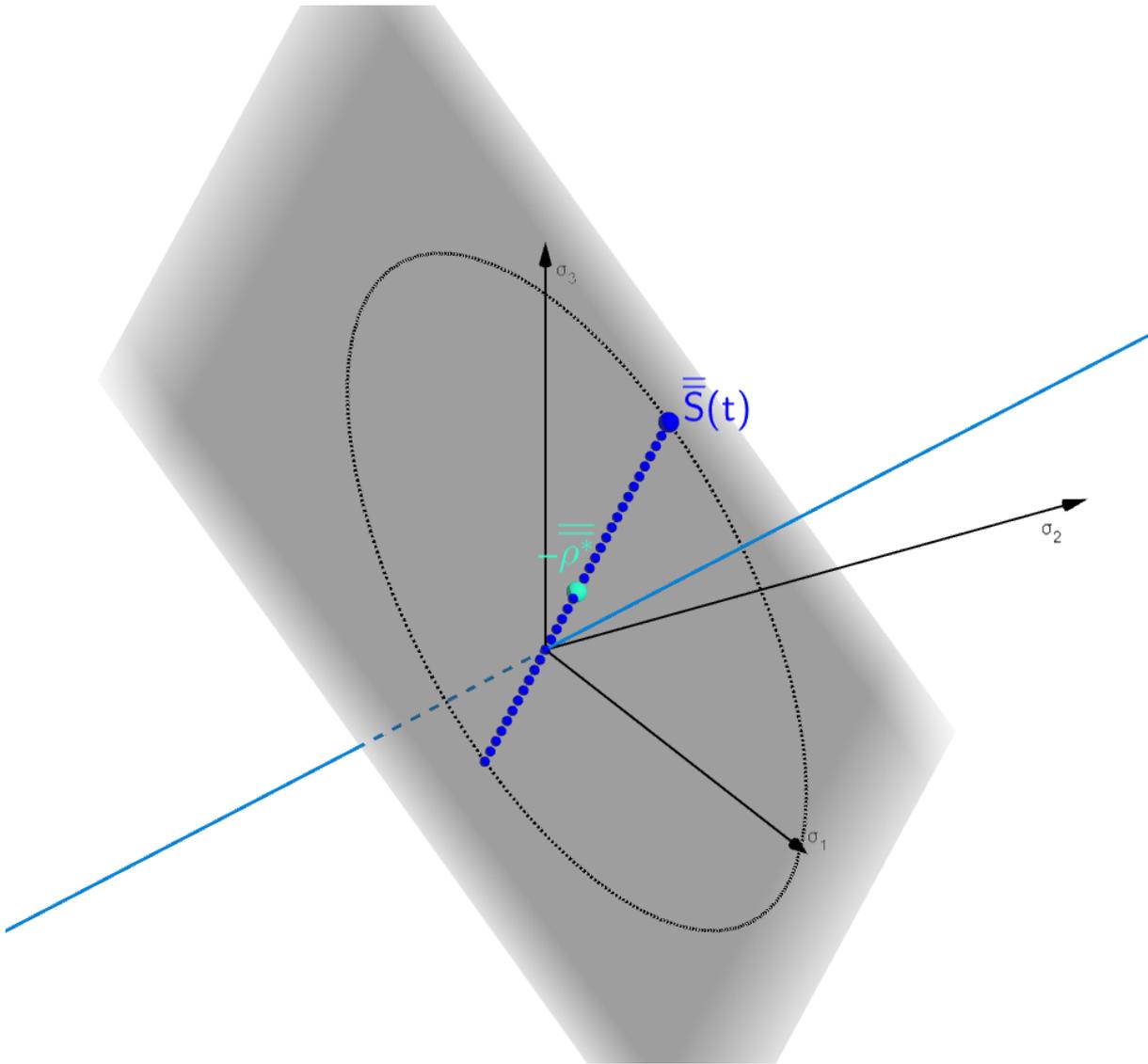


FIGURE 36 – Plan du déviateur : cas de torsion pure, échelle macroscopique

Le calcul de la contrainte de cisaillement mésoscopique s'effectue à l'aide du critère de Tresca :

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \sigma_{Tresca} \quad (5.59)$$

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \max_t [s_1(t) - s_3(t)] \quad (5.60)$$

$$\tau_{max} = \tau_R \quad (5.61)$$

Avec  $s_1 \geq s_2 \geq s_3$  les contraintes principales du tenseur déviateur mésoscopique. Pour la pression hydrostatique :

$$\max_t [p_h(t)] = \frac{1}{3} tr(\bar{\bar{\Sigma}}(t)) = 0 \quad (5.62)$$

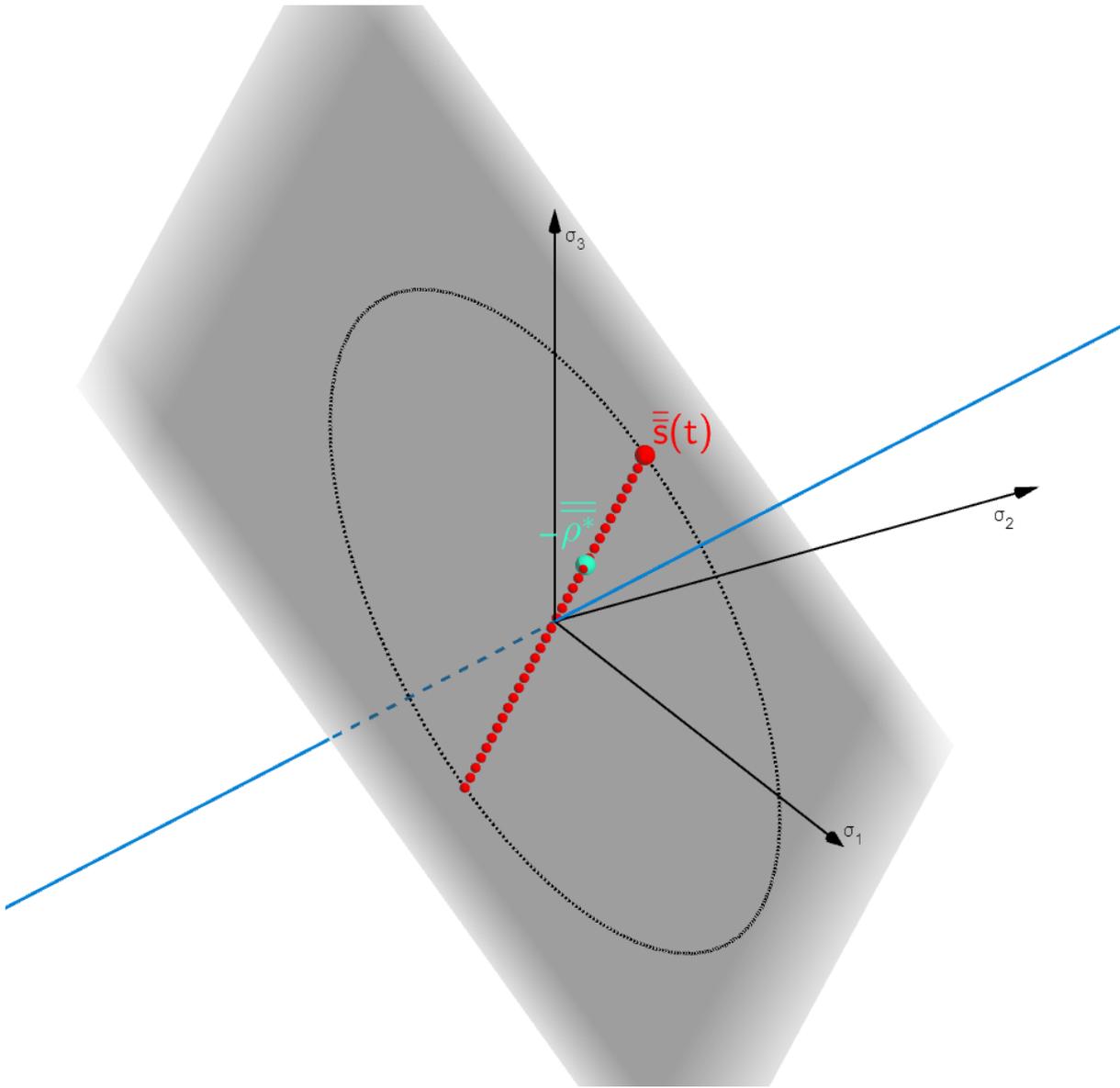


FIGURE 37 – Plan du déviateur : cas de torsion pure, échelle mésoscopique

D'après le critère de Dang Van défini par l'inéquation 3.1, on retrouve l'inéquation 5.33 de la partie précédente :

$$\tau_R \leq b \quad (5.63)$$

On résout le système d'équations à partir des inéquation 5.50 et 5.63. Finalement, on obtient les coefficients a et b en fonction de l'amplitude de contrainte uniaxiale et de la contrainte moyenne :

$$\begin{cases} a = \frac{(2-\sqrt{3})\sigma_R}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{\sigma_m + \sigma_R} \\ b = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_R \end{cases} \quad (5.64)$$

## 5.4 Plan de Dang Van

Le plan de Dang Van est un diagramme, représenté figure 38, avec en abscisse la pression hydrostatique en fonction du temps et en ordonnée l'amplitude de contrainte de cisaillement mésoscopique en fonction du temps. On affiche alors le nuage de point correspondant au trajet de chargement en fonction de la pression hydrostatique et de l'amplitude de contrainte de cisaillement mésoscopique. La droite paramétrique d'équation  $\tau(t) = -a \cdot p_h(t) + b(\sigma_R)$  de paramètre l'amplitude de contrainte ( $\sigma_R$ ) est appelée droite matériau. Elle est tracée grâce aux essais de traction/compression et de torsion pure. Si le nuage de point se trouve sous la droite matériau, cela signifie que la durée de vie de la structure fixée est satisfaisante. Au contraire, si le nuage de point se trouve au dessus de la droite matériau, il y a un risque d'apparition de fissure avant la fin de la durée de vie estimée de la structure.

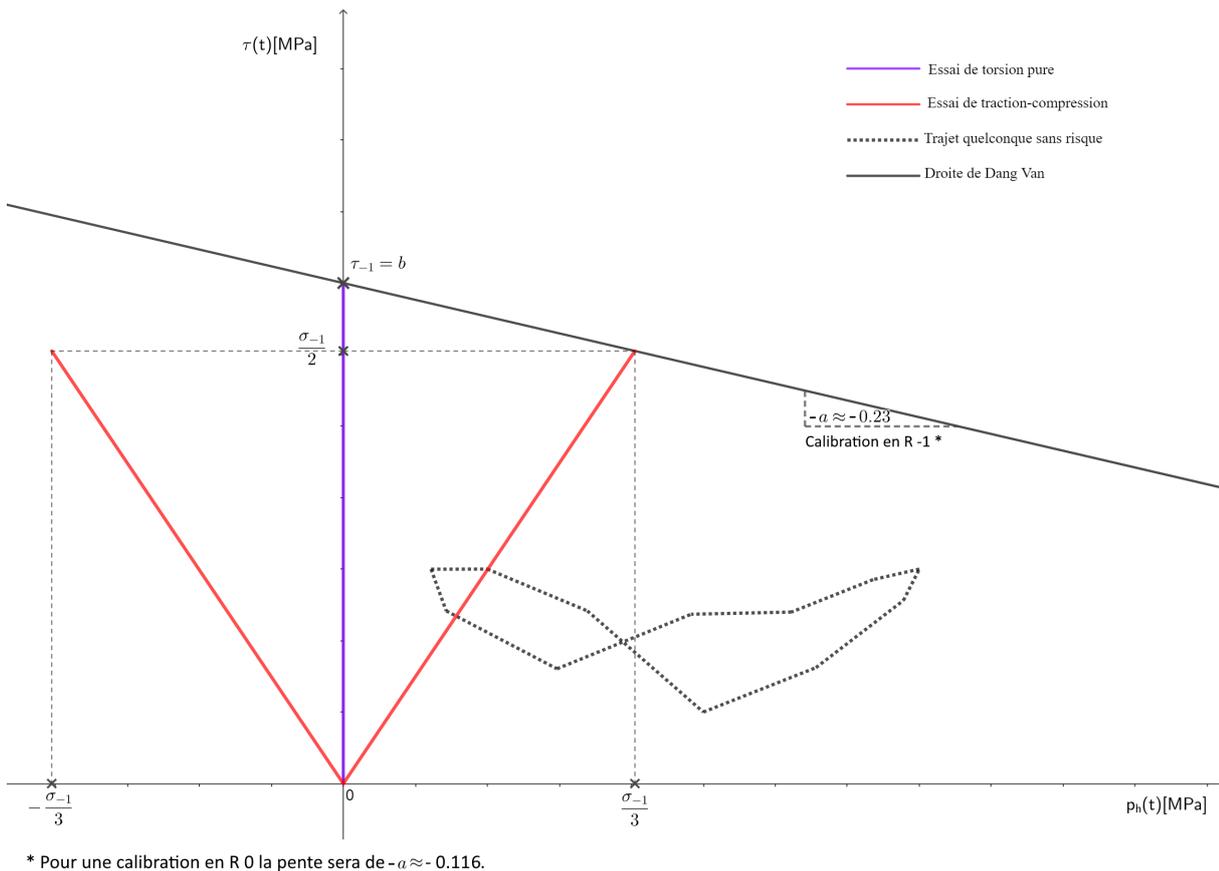


FIGURE 38 – Plan de Dang Van

L'amplitude de contrainte est reliée à l'étendue de contrainte et donc aux courbes de Wöhler. L'amplitude de contrainte peut donc être exprimée en fonction du nombre de cycles. L'ordonnée à l'origine de la droite matériau, dépendante de l'amplitude de contrainte, est alors dépendante du nombre de cycles :  $b(N)$ . A l'aide des courbes de Wöhler, il est donc possible d'estimer la durée de vie d'une structure. On se propose de définir la notion de durée de vie par l'endommagement noté  $E_{DV}$  :

$$E_{DV} = \frac{\tau(t) + a \cdot p_h(t)}{b(N)} \quad (5.65)$$

## 5.5 Calcul du nombre de cycle en fonction du trajet

Si l'endommagement est supérieur à 1, cela signifie que la durée de vie de la structure a été surestimée et par conséquent que la structure est sous-dimensionnée. Pour déterminer la durée de vie de la structure en fonction du nombre de cycles, il faut pouvoir translater la droite matériau de sorte à ce qu'elle soit tangente au point le plus contraignant dans le plan comme montré figure 39.

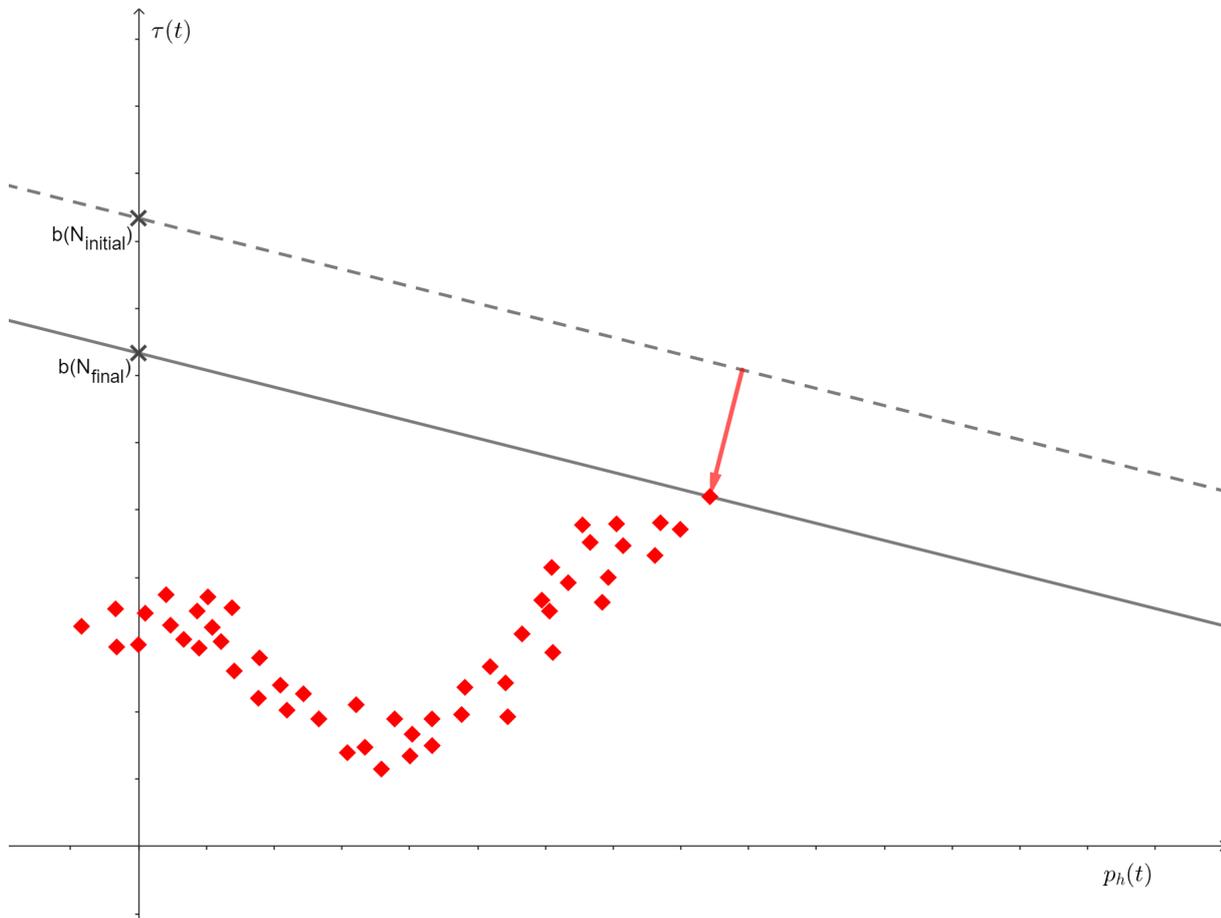


FIGURE 39 – Plan de Dang Van : Calage de la droite matériau

On recherche donc la droite d'équation  $\tau(t) = -a \cdot p_h + b(N)$  ou plus précisément  $b(N)$  pour  $E_{DV} = 1$ . Ci-dessous une démarche itérative pour déterminer la durée de vie.

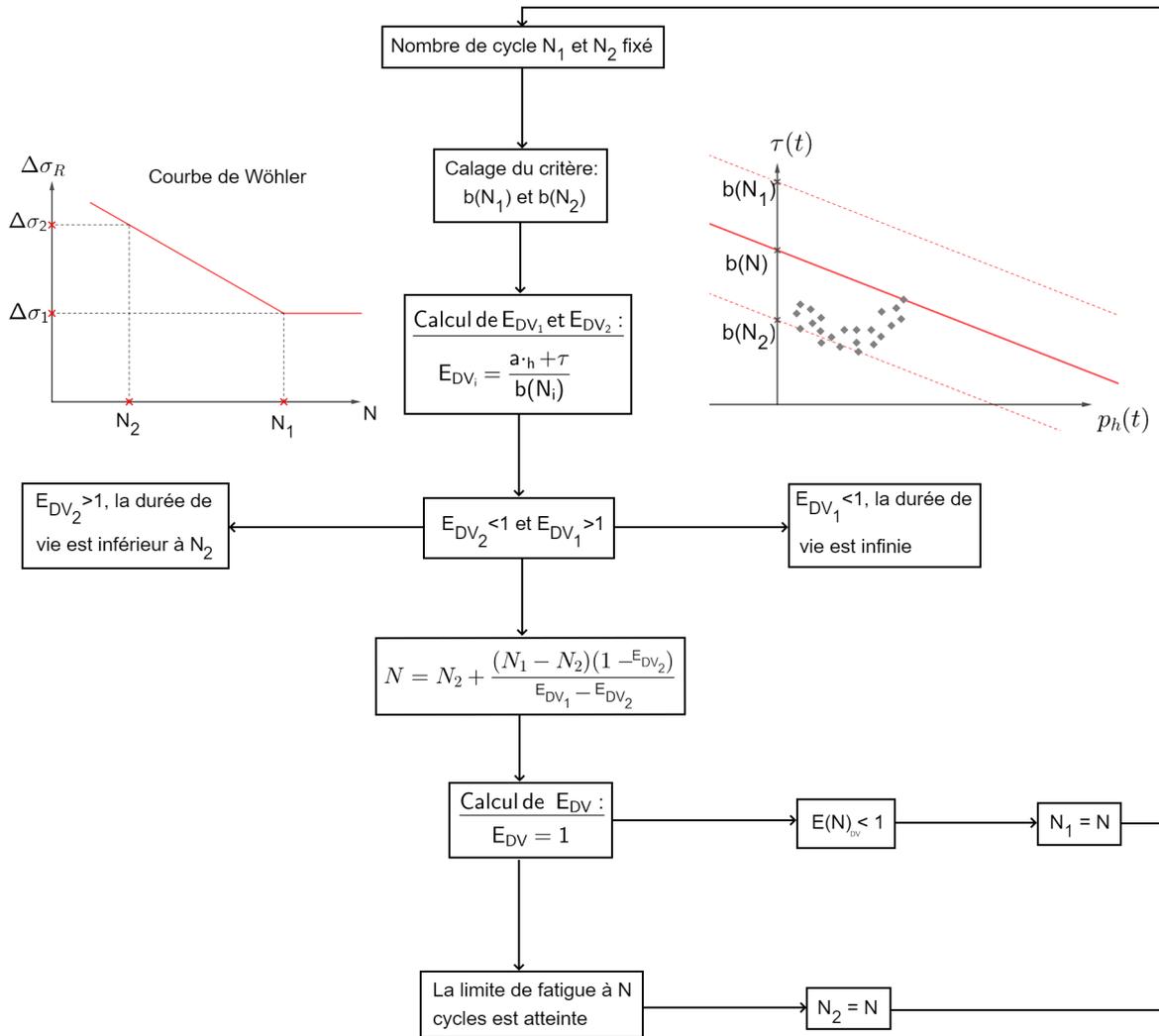


FIGURE 40 – Démarche itérative pour déterminer la durée de vie

On obtient ainsi le nombre de cycle, donc la durée de vie, en fonction du trajet de chargement.

## 6 Comparaison des résultats

### 6.1 La méthode des Eurocodes

La méthode utilisée dans les Eurocodes consiste à déterminer la plus grande étendue de contrainte entre deux instants / cas de charge. Pour déterminer cette étendue, l'état de contrainte est alors simplifiée dans ses directions principales. L'étendue de contrainte est déterminée par :

$$\Delta\sigma = \max \begin{cases} |\sigma_1(t_1) - \sigma_1(t_2)| \\ |\sigma_2(t_1) - \sigma_2(t_2)| \\ |\sigma_3(t_1) - \sigma_3(t_2)| \end{cases} \quad (6.1)$$

Avec  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  les valeurs des contraintes dans les directions principales.  $t_1$  et  $t_2$ , les deux instants présentant significativement la plus grande étendue de contraintes au cours du cycle de chargement. Pour procéder à cette méthode, il est réalisé un cas de charge fictif simulant l'étendue de contrainte que subit une pièce. Ci-dessous est détaillé le calcul de l'étendue de contrainte d'une poulie.

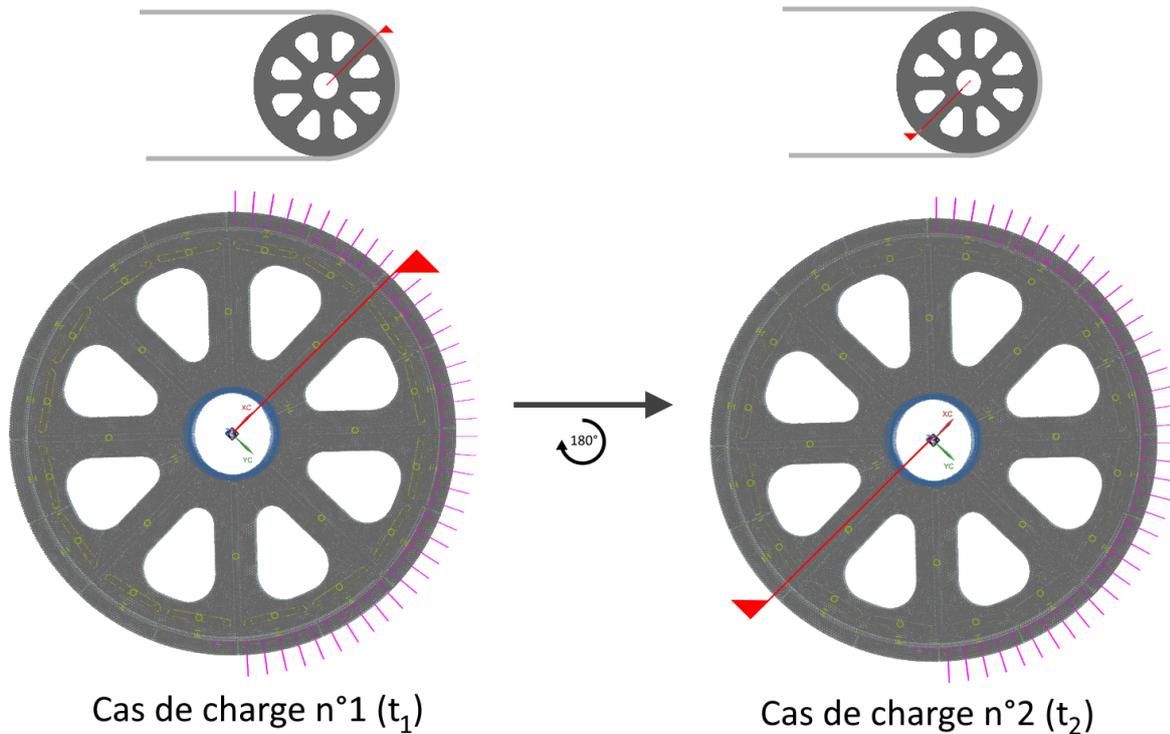


FIGURE 41 – Les deux cas de charge prépondérants définissant le cycle de chargement d'une poulie

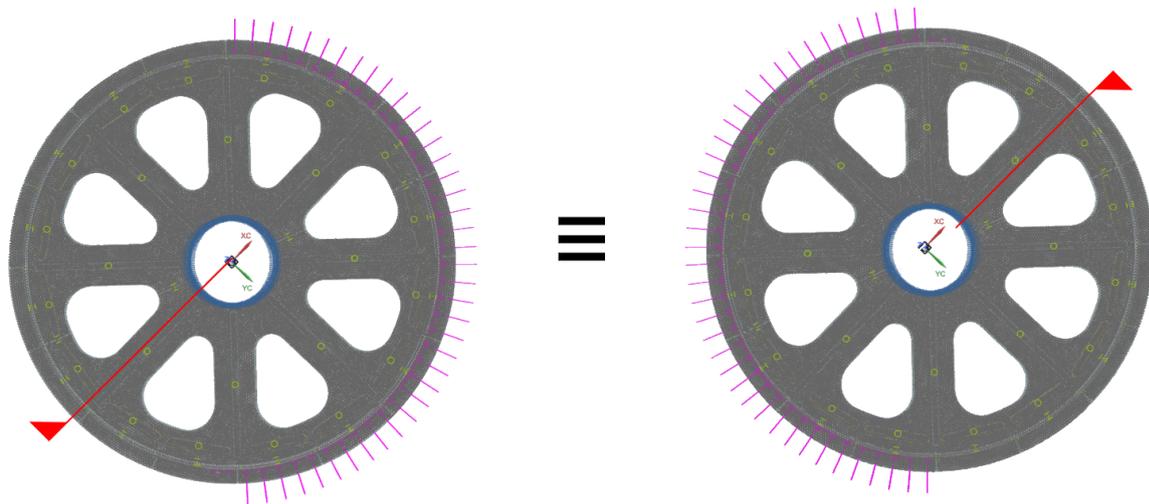
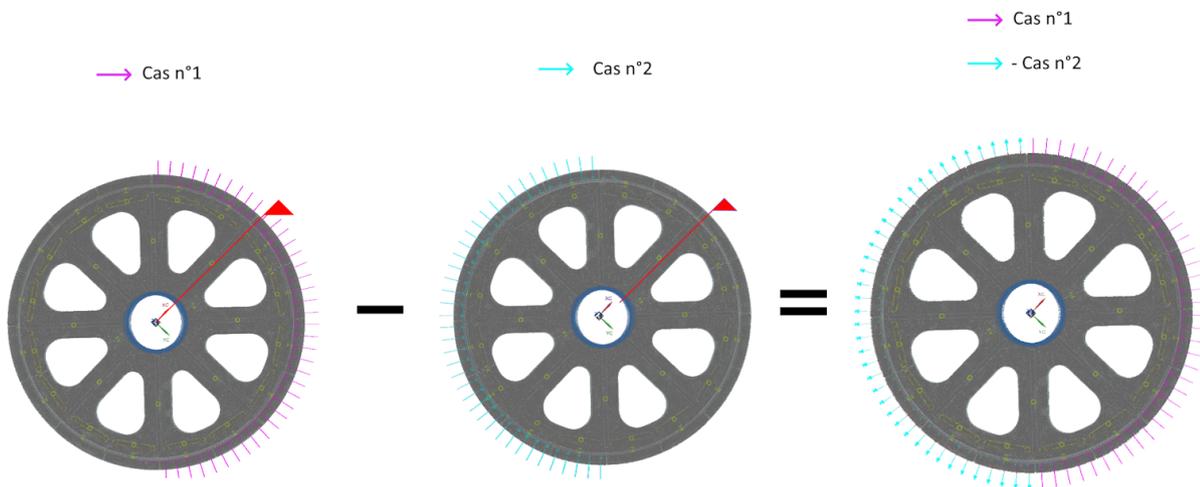


FIGURE 42 – Modèle équivalent du cas de charge n°1 pour pouvoir effectuer la différence



### Cas de charge fictif : Cas n°1 - Cas n°2

FIGURE 43 – Modèle fictif permettant de déterminer l'étendue de contrainte

On réalise un calcul par élément finis du modèle "fictif" Cas1 - Cas2. Le logiciel utilisé pour ce calcul est le logiciel SimCenter. En se plaçant dans un repère cylindrique, on détermine les contraintes principales qui sont donc radiales et tangentielles. Les résultats sont affichés en valeurs absolues sur la figure 44 ci-dessous.

Résultat Poulie\_Motrice\_Col des Annes\_fem1\_sim2 : Stat\_et\_Fat  
 Cas2moinsCas1, Pas statique 3  
 Contrainte - Sur élément, Principal au pire cas  
 Mini : 0.01, Maxi : 25.67, Unités = MPa  
 CSYS : Cylindriques absolues, Axe de rotation : Axe Z, Valeur absolue  
 Déformation : Déplacement - Nodal Magnitude

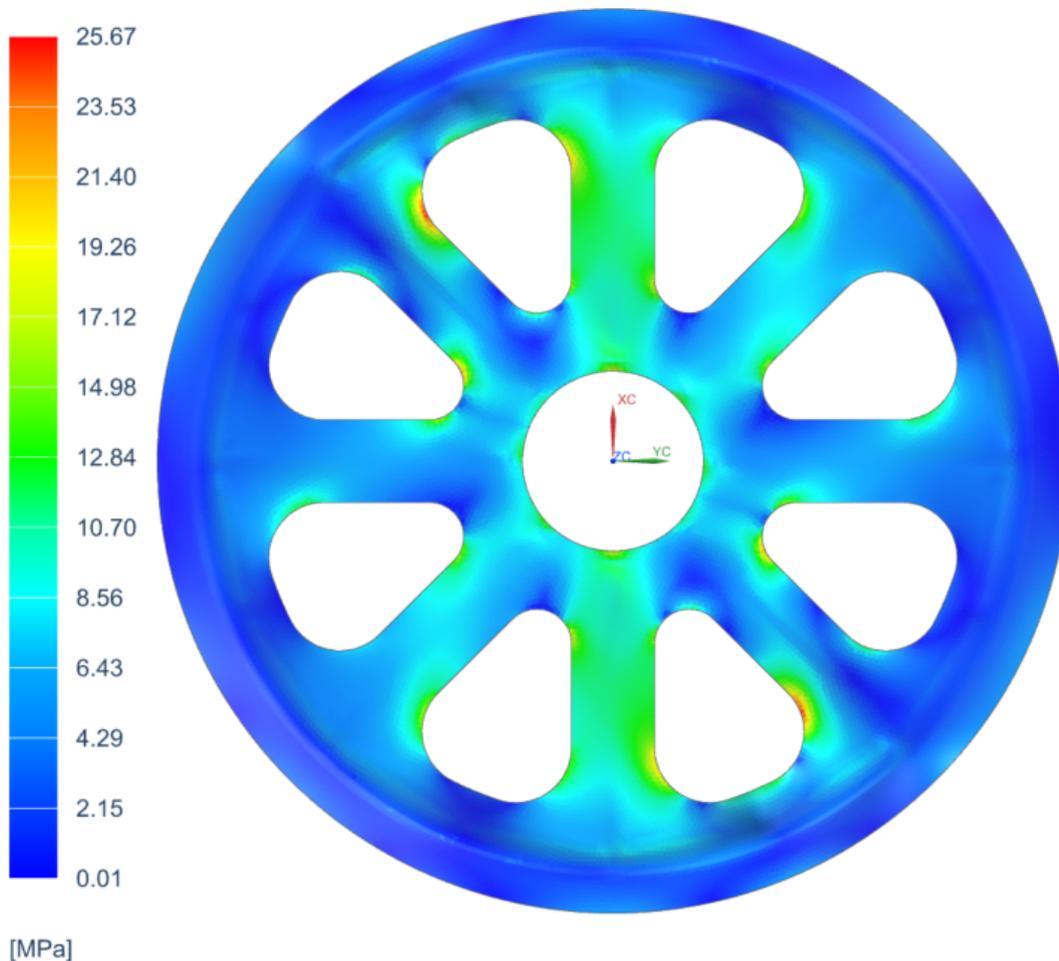


FIGURE 44 – Résultats contrainte principale au pire cas dans un système de coordonnées cylindriques du modèle sous le cas de chargement fictif

Pour l'évaluation des nombres de cycles en fonction des étendues de contraintes, les calculs sont faits conformément à l'EN 1993-1-9 :2005 article 7.1 avec les courbes de Wöhler simplifiées avec probabilité de survie à 95%, figure 45. Il devient possible de déterminer un nombre de cycle de chaque sous partie de la pièce étudiée en utilisant la classe de détail adéquate à l'aide des tableaux 8.1 à 8.10 fournis par les Eurocodes (Annexe).

## 6.2 Problématique de la méthode

Cette méthode, efficace bien que très simpliste, est critiquable sur quatre points.

- Pour se ramener à une différence de scalaire à partir des tenseurs qui définissent les états de contraintes, la méthode fait l'hypothèse que la pièce est principalement contrainte dans une seule des 3 directions de l'espace. Cette décision est alors fortement critiquable car elle néglige fortement la triaxialité.
- Les Eurocodes ne prennent pas en compte la contrainte moyenne du cycle de chargement qui est appliqué à la structure. Il ne prend en compte que l'étendue de contrainte. Les courbes de Wöhler renseignées dans les Eurocodes sont des courbes uniquement en  $R_0$ .
- Les efforts de compression permettent de limiter l'amorçage de fissure et d'avoir donc tendance à améliorer la durée de vie de la structure. Cet aspect est très grossièrement traité par les Eurocodes en ne prenant en compte que 60% de la partie en compression pour calculer l'étendue de contrainte. De ce fait,

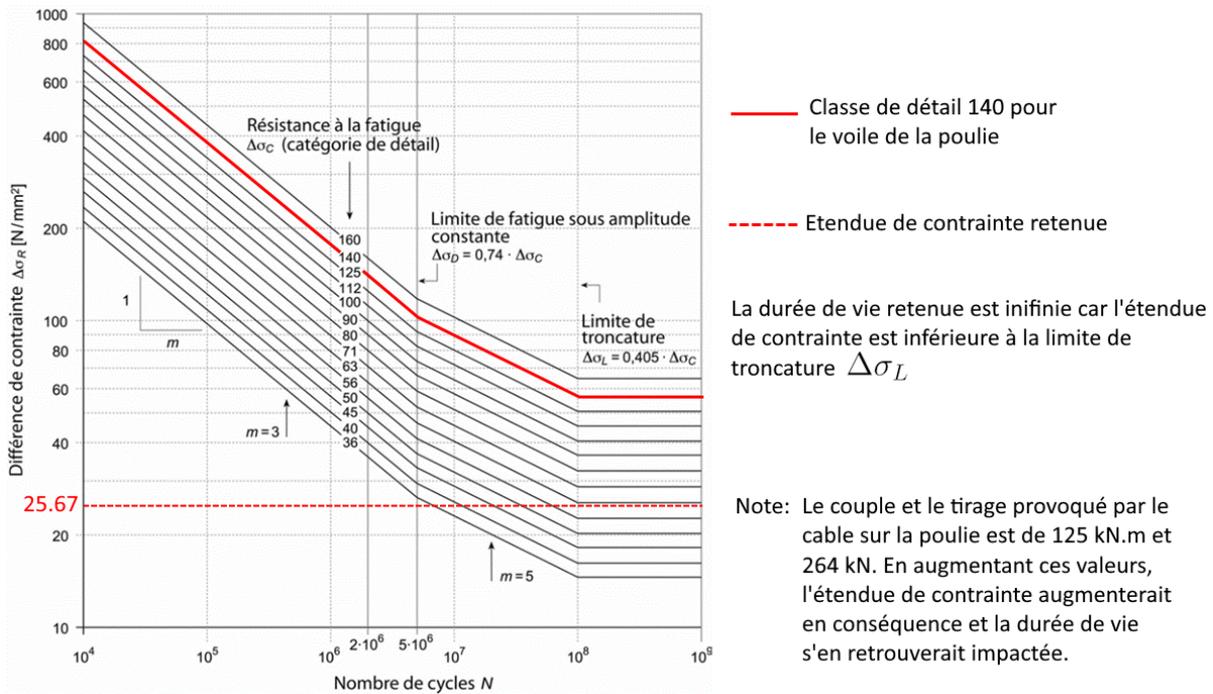


FIGURE 45 – Evaluation du nombre de cycle en fonction de l'étendue de contrainte

la durée de vie des structures parait surévaluée avec cette méthode par rapport aux résultats obtenus en appliquant le critère de Dang Van.

- Lorsque les directions principales sont dépendantes du temps. Si les directions ont varié entre les deux instants, faire la différence de deux scalaires qui n'appartiennent pas au même espace est une faute. La méthode ne peut donc pas être appliquée dans ce cas.

Pour mettre en évidence ces problématiques, il est proposé par la suite une comparaison entre la méthode des Eurocode et l'estimation de la durée de vie à partir du critère de Dang Van. Dans un objectif de simplifier les comparaisons qui vont suivre, les états de contraintes étudiés seront plans, on parle de biaxialité et non plus de triaxialité. On note  $N_{DV}$  le nombre de cycle calculé avec le critère de Dang Van et  $N_E$  le nombre de cycle calculé avec l'Eurocode.

### 6.3 Comparaison des résultats entre Eurocode et critère de Dang Van

- Problématiques liées à la biaxialité

Pour comparer les résultats entre les Eurocodes et le critère de Dang Van concernant la biaxialité on construit les tenseurs de contrainte comme suit :

$$\bar{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & k \cdot \sigma_R \sin(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

Avec k un coefficient compris entre -1 et 1. On mesure k en réalisant le rapport entre  $\sigma_2$  et  $\sigma_1$ . Lorsque k vaut 0, on a donc un essai en traction pure alternée. Comme le critère de Dang Van est calibré par rapport aux Eurocodes en traction pure alternée, on retrouve sur le graphe figure 48, un rapport  $\frac{N_{DV}}{N_E}$  qui est égal à 1. En faisant évoluer k,  $\sigma_2$  varie, et le rapport  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  évolue. On observe une différence de résultat entre  $N_{DV}$  et  $N_E$ .  $N_E$  n'évolue pas lorsque  $\sigma_2$  varie figure 47. Tandis que  $N_{DV}$  évolue lorsque  $\sigma_2$  varie figure 48. Le critère de Dang Van prend bien en compte la variation de la contrainte principale dans la 2<sup>ème</sup> direction. Pour les graphes qui suivent,  $\sigma_R = 100$  MPa et la classe de détail choisie est 160.

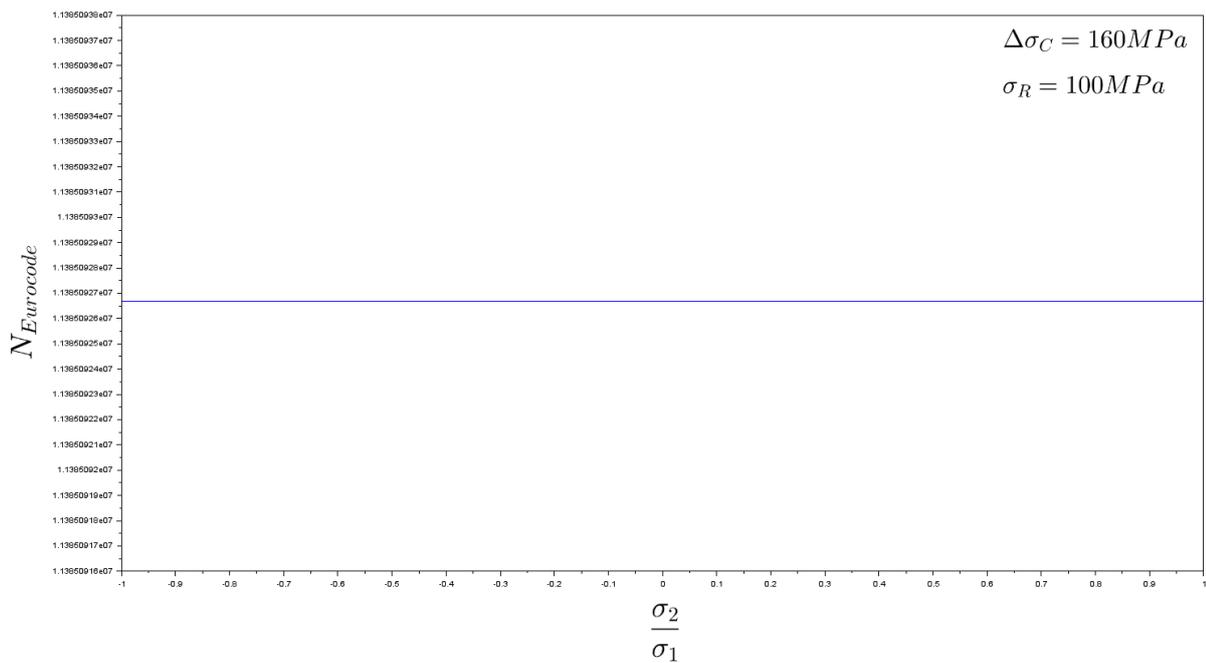


FIGURE 46 – Graphique du nombre de cycle calculé avec les Eurocodes en fonction du rapport de  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  dans le cas d’une variation de  $\sigma_2$ .

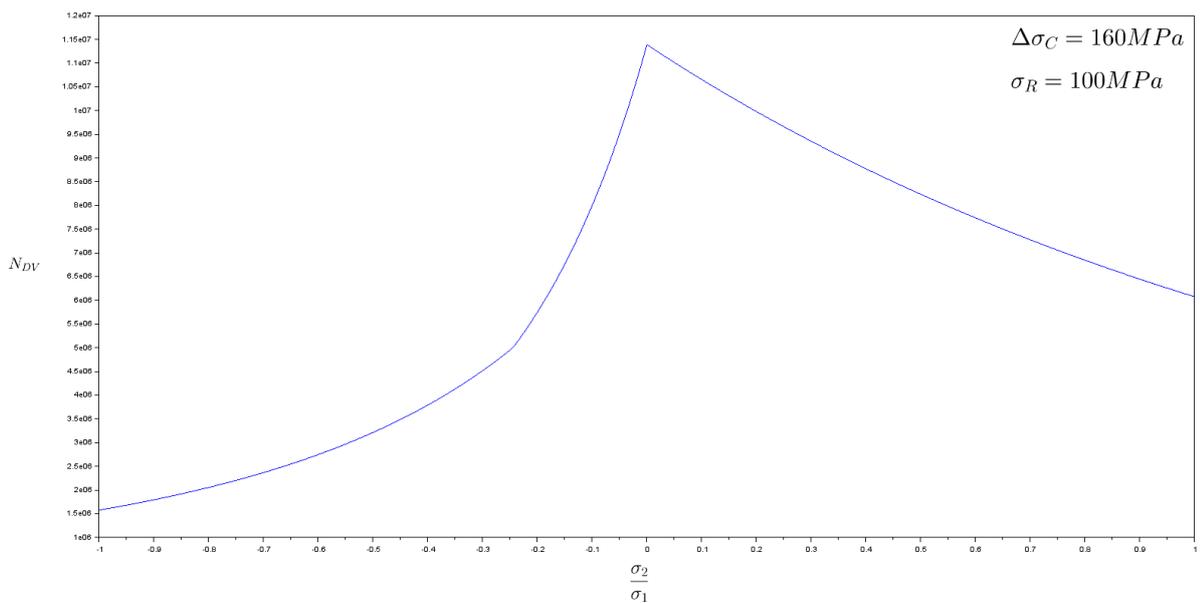


FIGURE 47 – Graphique du nombre de cycle calculé avec le critère de Dang Van en fonction du rapport de  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  dans le cas d’une variation de  $\sigma_2$ .

Dans le cas de biaxilité, le critère de Dang Van est bien plus performant que la méthode proposée par les Eurocodes. Le critère est d’autant plus performant dans le cas de triaxilité car les Eurocodes ne négligeraient plus une mais deux directions.

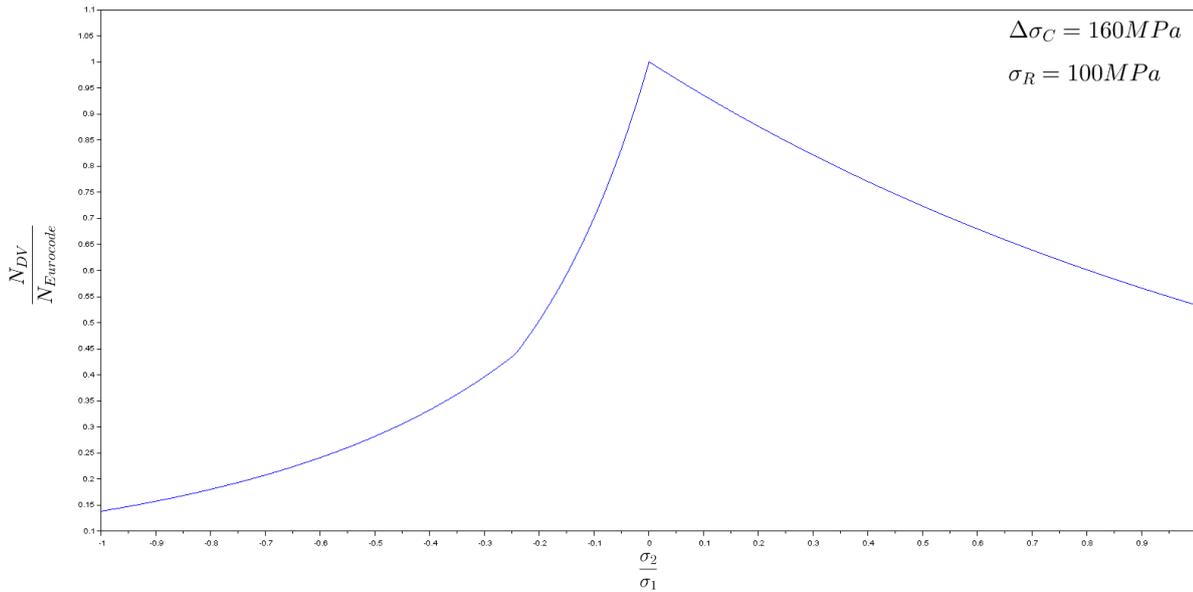


FIGURE 48 – Graphique du rapport  $\frac{N_{DV}}{N_E}$  en fonction du rapport de  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  dans le cas d'une variation de  $\sigma_2$ .

• Problématiques liées à la contrainte moyenne

Pour comparer les résultats entre les Eurocodes et le critère de Dang Van concernant la présence d'une contrainte moyenne on construit les tenseurs de contrainte comme suit :

$$\bar{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

Avec  $\sigma_m$  la contrainte moyenne qui varie entre  $-2 \cdot \sigma_R$  et  $2 \cdot \sigma_R$ . On mesure la contrainte moyenne en réalisant le rapport entre  $\sigma_m$  et l'étendue de contrainte :  $2 \cdot \sigma_R$ . Lorsque ce rapport vaut 0,5, on a donc de la traction pure alternée. Comme le critère de Dang Van est calibré par rapport aux Eurocodes en traction pure alternée, on retrouve sur le graphe figure 51, un rapport  $\frac{N_{DV}}{N_E}$  qui est égal à 1 et pour  $\frac{\sigma_m}{2\sigma_R} = 0.5$ . En faisant évoluer le rapport entre  $\sigma_m$  et l'étendue de contrainte, on observe une différence de résultat entre  $N_{DV}$  et  $N_E$ .  $N_E$  n'évolue pas lorsque  $\sigma_m$  varie figure 50. Tandis que  $N_{DV}$  évolue lorsque  $\sigma_m$  varie figure 51. Le critère de Dang Van prend bien en compte la contrainte moyenne. Pour les graphes qui suivent,  $\sigma_R = 100\text{MPa}$  et la classe de détail choisie est 160.

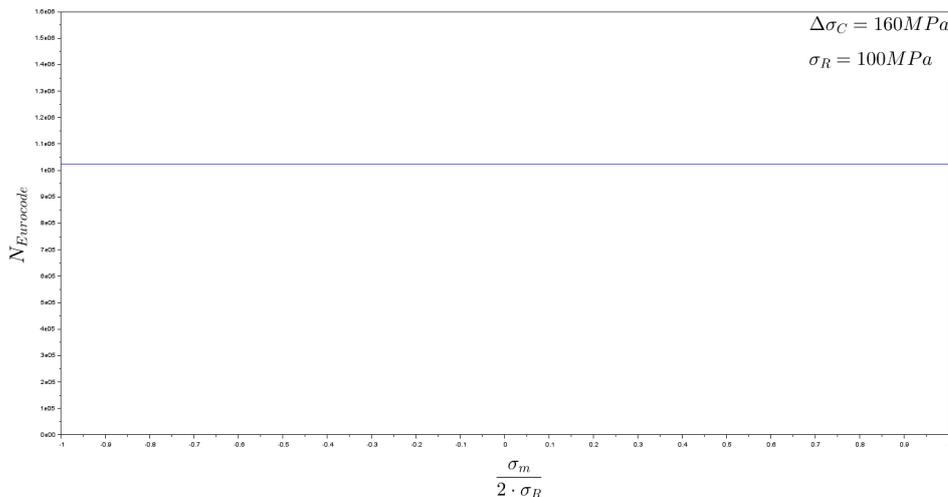


FIGURE 49 – Graphique du nombre de cycle calculé avec les Eurocodes en fonction du rapport de  $\frac{\sigma_m}{2 \cdot \sigma_R}$  dans le cas d'une variation de  $\sigma_m$ .

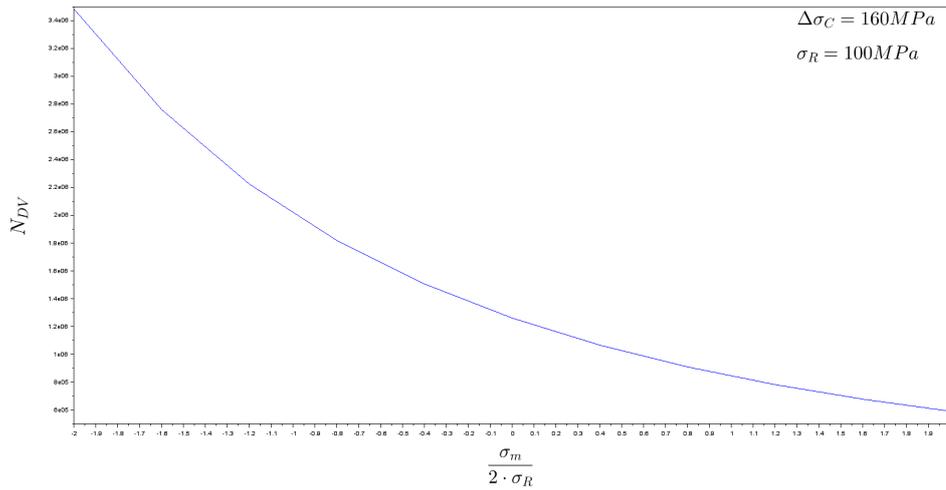


FIGURE 50 – Graphique du nombre de cycle calculé avec le critère de Dang Van en fonction du rapport de  $\frac{\sigma_m}{2 \cdot \sigma_R}$  dans le cas d'une variation de  $\sigma_m$ .

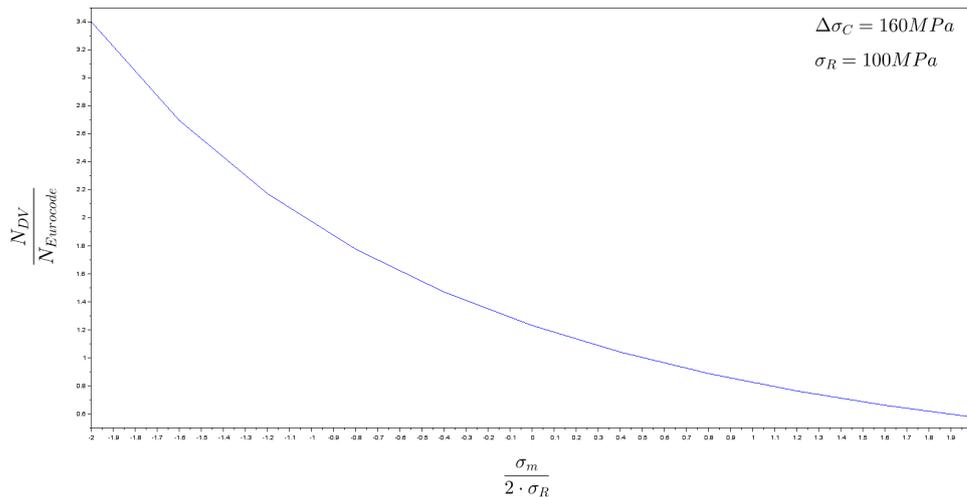


FIGURE 51 – Graphique du rapport  $\frac{N_{DV}}{N_E}$  en fonction du rapport de  $\frac{\sigma_m}{2 \cdot \sigma_R}$  dans le cas d'une variation de  $\sigma_m$ .

On retrouve bien une augmentation de la durée de vie avec le critère de Dang Van lorsque la contrainte moyenne est une contrainte de compression et inversement, une diminution de la durée de vie (ou du rapport entre le nombre de cycle de Dang Van et le nombre de cycle Eurocode) lorsque la contrainte moyenne est une contrainte de traction.

Pour aller plus loin, il est possible de combiner le cas utilisé dans la problématique de biaxialité et celui de la contrainte moyenne. On obtient alors des courbes paramétriques du rapport  $\frac{N_{DV}}{N_E}$  en fonction de  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  de paramètre la contrainte moyenne.

$$\bar{\bar{\sigma}}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & k \cdot (\sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t)) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

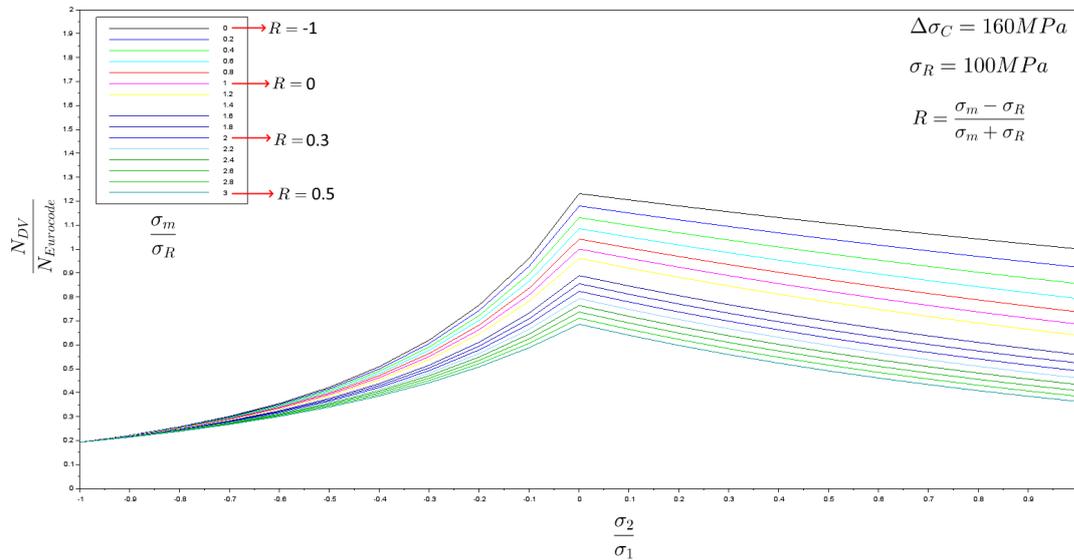


FIGURE 52 – Graphique du rapport  $\frac{N_{DV}}{N_E}$  en fonction du rapport de  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  et  $\frac{\sigma_m}{\sigma_R}$

$$\bar{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_m + \sigma_R \sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & k \cdot \sigma_R \sin(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

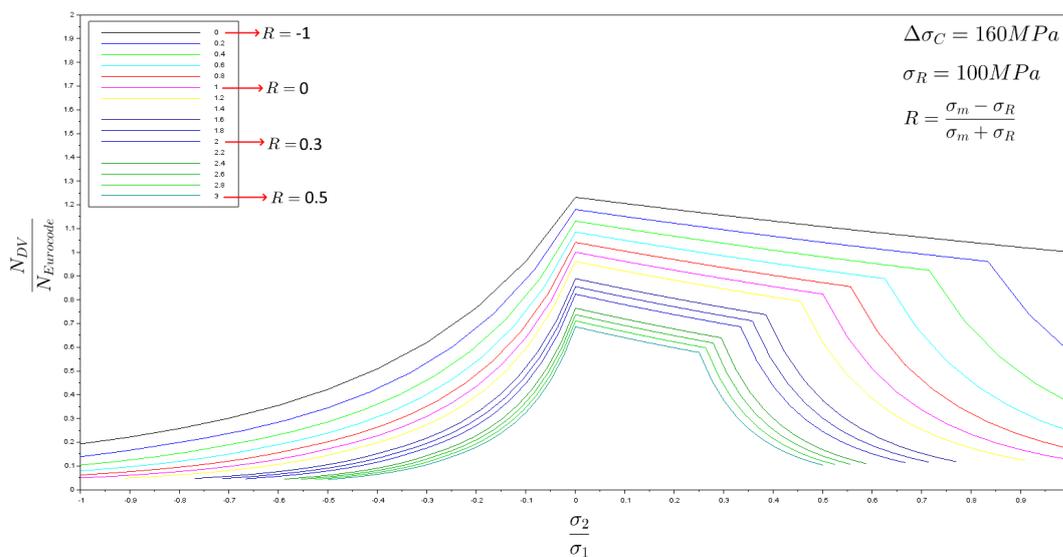


FIGURE 53 – Graphique du rapport  $\frac{N_{DV}}{N_E}$  en fonction du rapport de  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  et  $\frac{\sigma_m}{\sigma_R}$

Ces courbes sont comme des abaques du critère de Dang Van qui permettent de mettre en valeur les différents paramètres qui sont négligés dans le calcul de durée de vie avec les Eurocodes.

• Problématiques liées à la compression

Dans le paragraphe 7.2 de la norme EN 1993-1-9 :2005, il est indiqué que l'étendue efficace peut être calculée en additionnant la partie en traction et 60% de la partie en compression de l'étendue de contrainte, voir figure 54

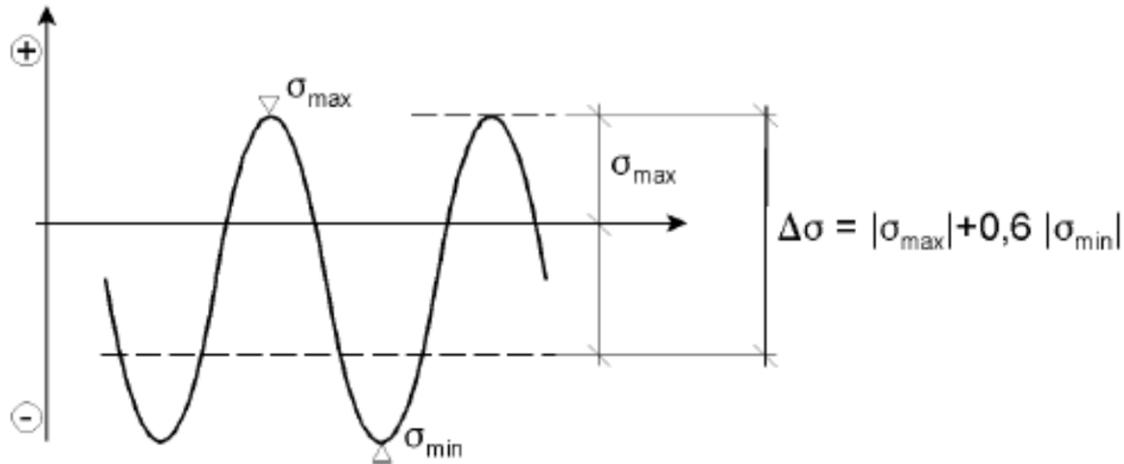


FIGURE 54 – Modification de l'étendue de contrainte pour détails non soudés ou détensionnés

Or, lorsqu'on compare des durées de vie d'appareil soumis à de la traction et de la compression, la méthode prescrite dans les Eurocodes estime des durées de vie très largement supérieures à ce que propose Dang Van. La comparaison de durées de vie obtenues entre les Eurocodes et le critère de Dang Van est mise en avant dans la publication scientifique "Multiaxial fatigue on cableway installations components : use of the Dang Van criterion based on detail categories of EN 1993-1-9 standard."

LC	A	B	C	D	E
Stress tensor [MPa]	$\begin{pmatrix} 35+35\sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 35\sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 80+35\cos(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 35+35\sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & -(35\sin(\omega t)) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 35+35\sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & -(35\sin(\omega t)) & 0 \\ 0 & 0 & 20\sin(\omega t) \end{pmatrix}$
$N_E^*$	2 985 423	2 985 423***	2 985 423	2 985 423	2 985 423
$N_{DV}^{**}$	2 985 424	3 675 727	2 330 047	512 725	481 342

\* Number of cycle according to Eurocode (EN 1993-1-9) for detail category 80,  $\Delta\sigma=70$  MPa ( $\gamma_F = \gamma_D = 1$ ).  
 \*\*Number of cycle according to Dang Van criterion calibrated with  $R=0$ , with detail category of Eurocode as reference S-N curve and load case given in the matrix above  
 \*\*\*: For LCB, article 7.2.1 of EN 1993-1-9, which allows a 40% reduction in compressive stress ranges was not taken into account, if so, for memory it would allow 6 460 207 cycles.

FIGURE 55 – Number of Survival Cycles (N) according to Eurocode and Dang Van calibrated at  $R=0$ , for detail category 80

Le tableau ci-dessus figure 55, colonne B, présente deux durée de vie pour la méthode utilisée dans les Eurocodes (voir triple astérisques). La durée de vie qui est présentée dans la tableau ne prends pas en compte la réduction de 40%. Le nombre de cycle calculé avec les Eurocodes est légèrement plus faible (2 985 423 cycles) que le nombre de cycle calculé avec le critère de Dang Van (3 675 727 cycles). Cette différence s'explique principalement par le fait que le critère de Dang Van prends en compte le phénomène de compression qui tend à refermer les fissures. La prise en compte de ce phénomène intervient dans les Eurocodes avec une réduction de 40% de la partie en compression de l'étendue de contrainte. En réalisant cette réduction, la durée de vie obtenue apparaît tout de même surévaluée (6 460 207 cycles).

• Problématiques liées à la multiaxialité

L'état de contrainte exprime, à 2 instants donnés, des variations de directions principales. On exprime les contraintes principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  à  $t_1$  dans la base  $\mathcal{B}_1 = (\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ . On exprime les contraintes principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  à  $t_2$  dans la base  $\mathcal{B}_2 = (\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ . Lorsque les contraintes principales sont exprimées à  $t_1$  et à  $t_2$  dans leur bases associées, il n'est pas possible de comparer les états de contraintes et de déterminer une étendue de contrainte comme il est décrit dans la méthode des Eurocodes.

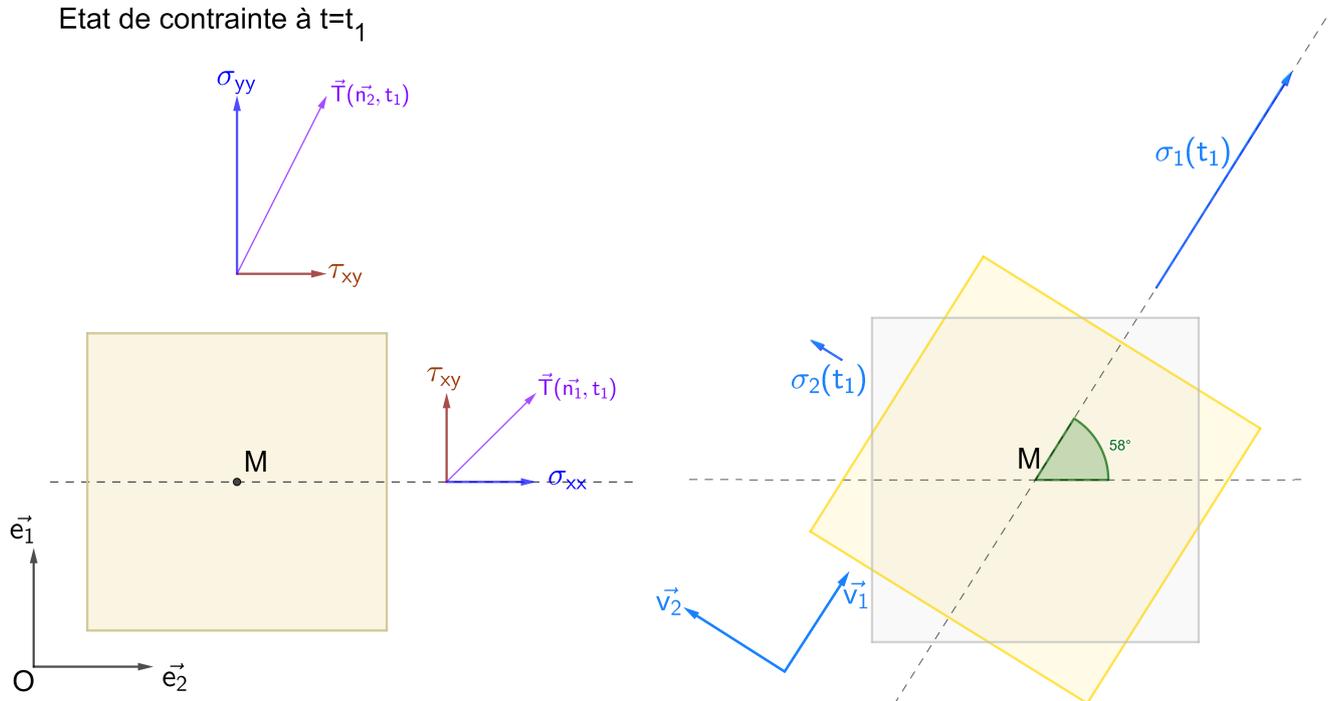


FIGURE 56 – Etat de contrainte à un instant  $t_1$  sur un VER

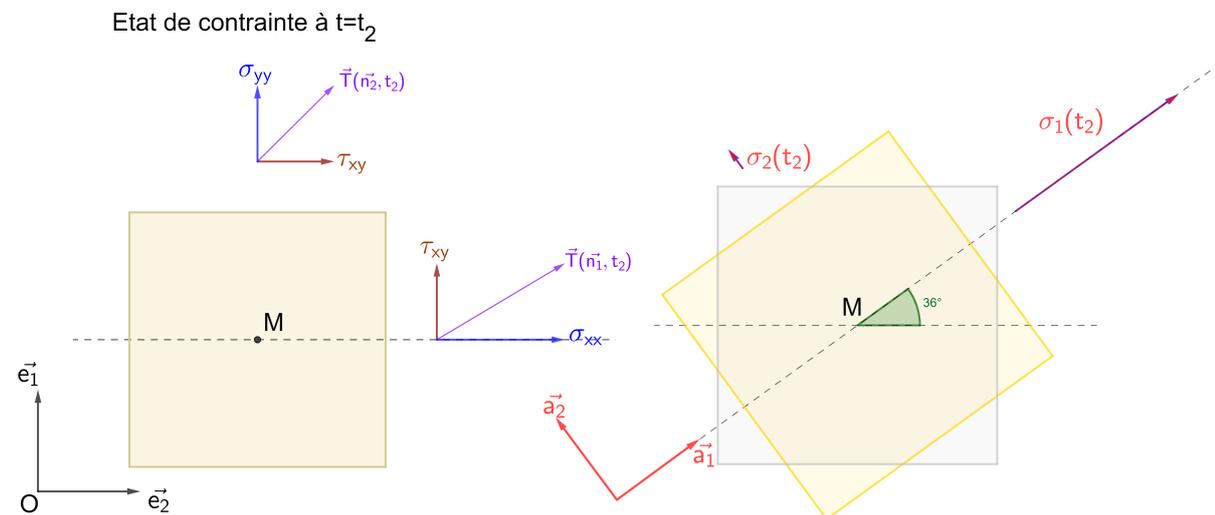


FIGURE 57 – Etat de contrainte à un instant  $t_2$  sur un VER

Effectuer un changement de base à chaque instant est impossible. Les états de contraintes sont résumés dans des tenseurs d'ordre 2 que l'on peut écrire sous la forme d'une matrice dans une base choisie. Si la base est celle des directions principales, la matrice est diagonale et l'état de contrainte peut être défini par un point géométrique à 2 coordonnées. Sinon les termes extra-diagonaux ne sont pas nuls. On ne peut donc pas projeter les états de contraintes dans une base à 2 dimensions autre que celle des directions principales (voir figure 59 ci-dessous)

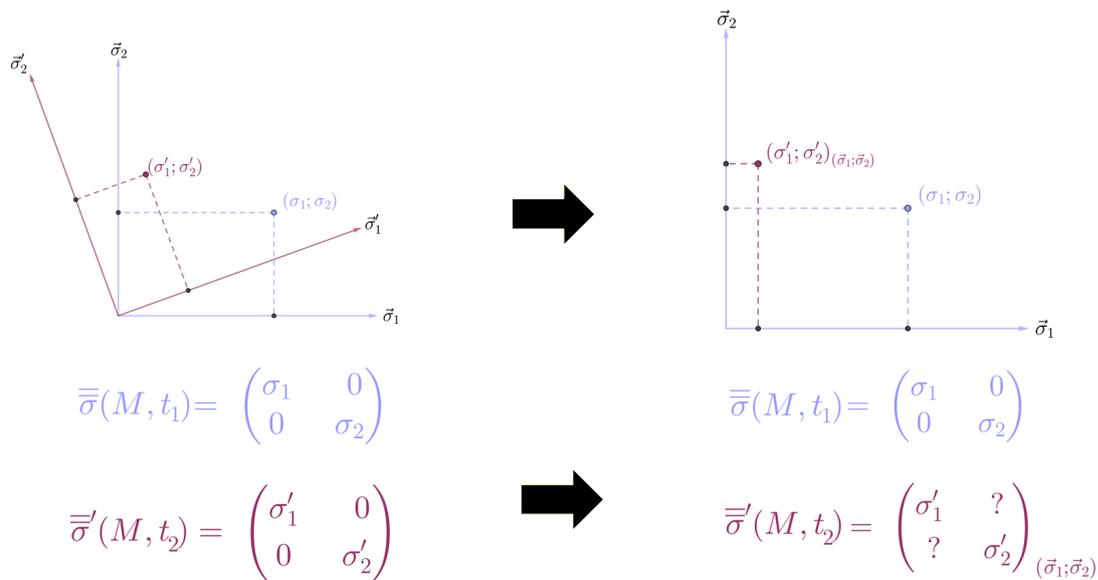


FIGURE 58 – Démonstration de l'incohérence d'une projection d'un tenseur dans un repère quelconque

Le calcul pour déterminer l'étendue de contrainte est dans ce cas erroné. On se propose d'étudier l'influence de la variation d'angle des directions principales au cours d'un cycle. On pourrait partir du principe qu'il n'y a pas besoin de faire varier l'amplitude de chargement et notre cycle serait défini uniquement par la variation d'angle des directions principales ce qui reviendrait à faire tourner la pièce étudiée. Cependant, il n'y aurait pas de comparaison possible car l'Eurocode ne prend pas en compte cette variation d'angle et ne considérerait pas le cas proposé comme une pièce soumise à un chargement cyclique. On appliquera donc une variation de chargement pour pouvoir comparer les deux méthodes :  $\sigma_R = 100$  MPa et la classe de détail choisie est 160.

On procède ainsi pour obtenir les résultats du graphe ci-dessous :

- Variation de l'amplitude de contrainte de 0 à 100 MPa, Variation de l'angle de  $0^\circ$  à  $0^\circ$
- Variation de l'amplitude de contrainte de 0 à 100 MPa, Variation de l'angle de  $0^\circ$  à  $5^\circ$
- Variation de l'amplitude de contrainte de 0 à 100 MPa, Variation de l'angle de  $0^\circ$  à  $10^\circ$
- Variation de l'amplitude de contrainte de 0 à 100 MPa, Variation de l'angle de  $0^\circ$  à  $15^\circ$  etc...

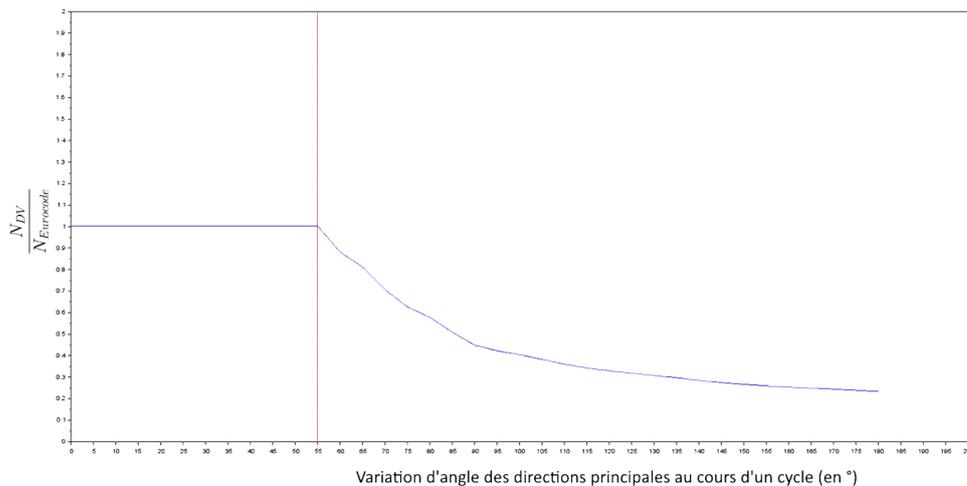


FIGURE 59 – Graphique du rapport  $\frac{N_{DV}}{N_E}$  en fonction de la variation d'angle des directions principales

On remarque que la variation d'angle des directions principales n'a pas d'impact sur les résultats jusqu'à  $55^\circ$ . Ensuite si  $\theta > 55$  la durée de vie de Dang Van diminue rapidement par rapport à celle des Eurocodes.

## 7 Perspective et Conclusion

Il serait intéressant de poursuivre ce travail avec des essais de mesure pour mettre en évidence ces écarts théoriques entre la méthode des Eurocodes et le critère de Dang Van. Il faudrait envisager des essais de fatigue sur des éprouvettes en croix (figure 60). Cela permettra de soumettre un matériau à des états de contrainte biaxiaux. A chaque essai, il faudra augmenter l'amplitude de contrainte dans la seconde direction principale. On s'attend alors à une diminution de la durée de vie selon les abaques du paragraphe 6.3.

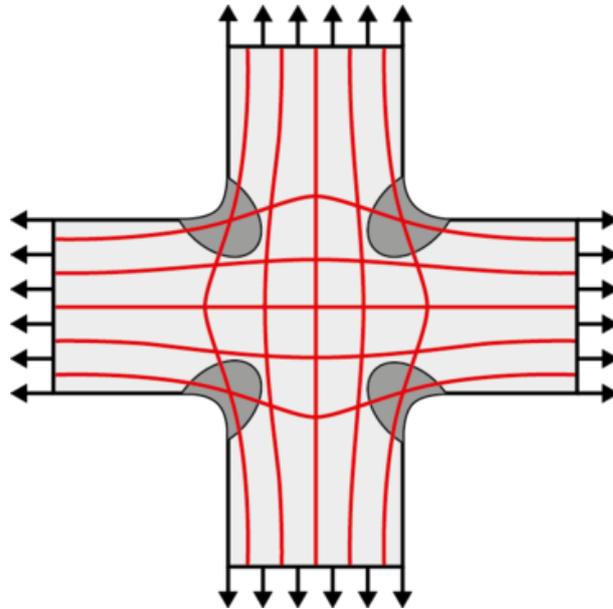


FIGURE 60 – Représentation schématique d'un essai en croix

Pour prendre en compte la problématique de contrainte moyenne, il faudrait réaliser des essais de fatigue avec des ratio différents de 0. Les courbes expérimentales des Eurocodes ont été réalisées uniquement avec un ratio égal à 0. Avec une contrainte moyenne négative et donc un ratio négatif, cela permettra de mettre en évidence le phénomène de fermeture des fissures grâce à la contrainte de compression. Au contraire, cela permettra de voir la diminution de la durée de vie lorsque la contrainte moyenne est positive.

Ce travail a, dans un premier temps, permis de comprendre en profondeur la théorie derrière le critère de Dang Van. Cette première partie a demandé un travail bibliographique conséquent qui a été synthétisé dans ce document en 5 parties. La première partie a permis d'introduire la définition générale de fatigue. La seconde partie a mis en avant l'approche expérimentale de la fatigue et elle a fait ressortir la problématique de triaxialité et de multiaxialité. La troisième partie a introduit le critère de Dang Van. Les parties 4 et 5, par une approche théorique, ont permis de mettre en application le critère de Dang Van. La dernière partie a comparé la méthode proposée par les Eurocodes et l'application du critère de Dang Van. Cette dernière partie a montré dans quel cas le critère de Dang Van était un choix plus judicieux. Cependant, les seuils d'erreur acceptable en terme de durée de vie devront être débattus à l'avenir par la profession des remontées mécaniques avant de pouvoir arbitrer dans quel cas on pourra négliger les différents paramètres qui impactent la durée de vie : la contrainte moyenne  $\sigma_m$ , l'amplitude de contrainte dans la deuxième direction principale  $\sigma_2$  et la variation des directions principales au cours du temps déterminé par l'angle  $\theta$ .

## Annexe

Démonstration expression 4.32 :

$$\overset{\equiv}{l} : \overset{\equiv}{\varepsilon^p} = 2\mu \overset{\equiv}{\varepsilon^p} \quad (7.1)$$

On décompose le tenseur des déformations  $\overset{\equiv}{\varepsilon}$  par sa partie sphérique  $\overset{\equiv}{\varepsilon^e}$  et déviatorique  $\overset{\equiv}{\varepsilon^p}$  :

$$\overset{\equiv}{\varepsilon} = \overset{\equiv}{\varepsilon^p} + \overset{\equiv}{\varepsilon^e} \quad (7.2)$$

$$\overset{\equiv}{\varepsilon^e} = \frac{1}{3} \text{tr}(\overset{\equiv}{\varepsilon}) \quad (7.3)$$

$$\overset{\equiv}{\varepsilon^p} = \overset{\equiv}{\varepsilon} - \overset{\equiv}{\varepsilon^e} = \overset{\equiv}{\varepsilon} - \frac{1}{3} \text{tr}(\overset{\equiv}{\varepsilon}) \quad (7.4)$$

Rappel loi de Hooke :

$$\sigma_{ij} = L_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (7.5)$$

Avec :

$$\overset{\equiv}{L} = \begin{bmatrix} 2\mu + \lambda & \lambda & \lambda & \dots & 0 \\ \lambda & 2\mu + \lambda & \lambda & & \\ \lambda & \lambda & 2\mu + \lambda & & \vdots \\ \vdots & & & 2\mu & \\ 0 & & \dots & & 2\mu \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

On a donc :

$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (7.7)$$

Si on reprend les expressions de 7.1 à 7.4 on a :

$$\overset{\equiv}{l} : \overset{\equiv}{\varepsilon^p} = l_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}^p = 2\mu \varepsilon_{ij}^p + \lambda \varepsilon_{kk}^p \delta_{ij} \quad (7.8)$$

On sait par définition que :

$$\varepsilon_{kk}^p = \text{tr}(\overset{\equiv}{\varepsilon^p}) \quad (7.9)$$

Or, le premier invariant déviatorique nous donne :

$$J_1 = tr(\overline{\varepsilon^p}) = 0 \quad (7.10)$$

Donc on en déduit que :

$$\overline{l} : \overline{\varepsilon^p} = 2\mu\varepsilon_{ij}^p \quad (7.11)$$

## 8 Présentation du service

Le service technique responsable de la sécurité des remontées mécaniques et des transports guidés est un service à compétence nationale, rattaché à la direction générale des transports et des infrastructures maritimes (DGITM), dépendant du ministère de la Transition écologique. À l'origine, ce service ne s'occupait que des remontées mécaniques, mais en 2001, son domaine d'intervention a été étendu aux transports guidés : métros, tramways et voies ferrées secondaires. Le siège social du STRMTG est situé à Saint-Martin-d'Hères, près de Grenoble. J'ai effectué mon stage au siège social.



FIGURE 61 – Siège du STRMTG



FIGURE 62 – Logo du STRMTG

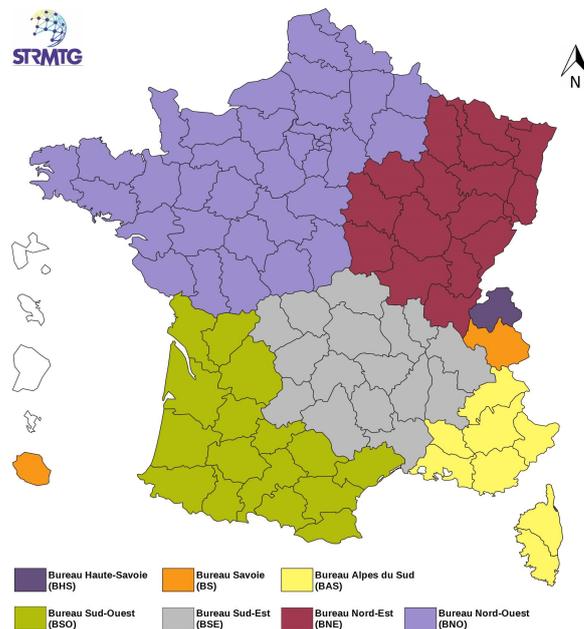


FIGURE 63 – Carte de la répartition du parc français des remontées mécaniques entre les différents bureaux du STRMTG

## 8.1 Les missions du STRMTG

Le STRMTG remplit trois types de missions :

i. Missions du service technique central du ministère

Le STRMTG agit comme un observatoire du parc français des remontées mécaniques et des équipements de transports en commun guidés. Il contribue également à la promotion des techniques relatives à ces équipements en menant des études, des recherches et des expertises, et en collectant et exploitant des statistiques.

ii. Missions sous l'autorité fonctionnelle des préfets

Sous la direction des préfets, le STRMTG est responsable des contrôles techniques et de la sécurité, conformément à la réglementation des transports publics guidés et des remontées mécaniques. Il assure aussi l'instruction technique des dossiers réglementaires concernant les transports collectifs guidés et les remontées mécaniques.

iii. Activités d'organisme notifié

Le STRMTG est l'organisme notifié pour évaluer la conformité des composants et sous-systèmes de sécurité des installations à câbles aux exigences essentielles de la réglementation européenne. Mon travail contribuera notamment à l'amélioration des méthodes de calcul en fatigue utilisées lors de la certification des composants de sécurité et sous systèmes des installations à câble.

## REMONTÉES MÉCANIQUES ET TAPIS ROULANTS

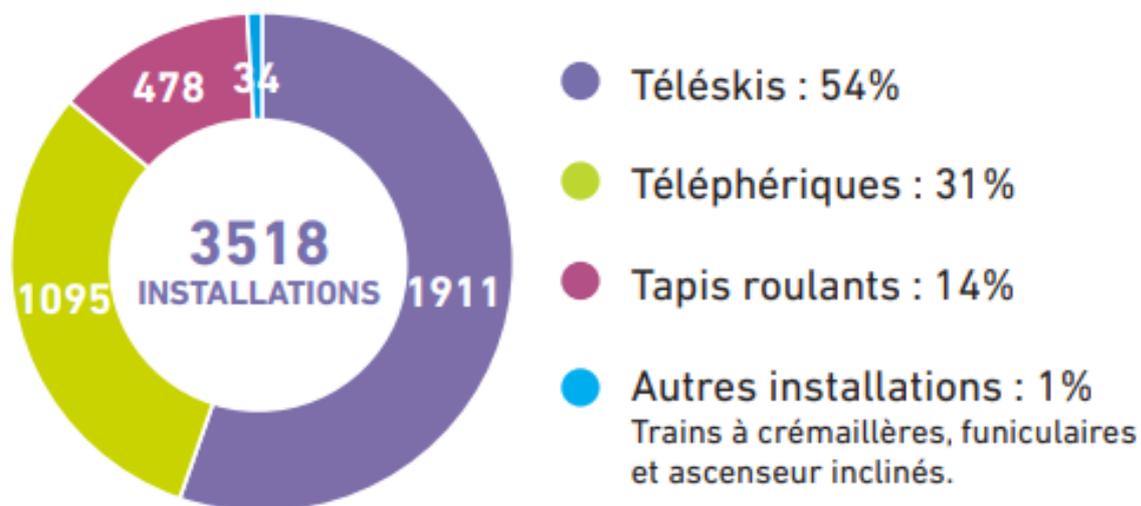


FIGURE 64 – Répartitions des activités remontées mécaniques du STRMTG

## 8.2 La certification des remontées mécaniques

Le STRMTG reçoit des notes de calcul de divers constructeurs concernant les remontées mécaniques et les transports guidés, incluant des composants de sécurité comme les cabines, sièges et poulies.

Ensuite, le STRMTG effectue ses propres calculs pour vérifier leur conformité aux normes. Cette évaluation permet aux constructeurs de recevoir la certification du STRMTG et de lancer la production des pièces certifiées. L'évaluation repose d'une part sur des audits des fabricants et d'autre part sur une analyse technique des documents fournis par le fabricant, tels que les plans, notes de calcul, études de sécurité, dossiers de spécification et de conception, procès-verbaux d'essais fonctionnels et normatifs, ainsi que les notices de montage, réglage et entretien.

Il est nécessaire de vérifier les justifications apportées par le fabricant concernant la résistance à la fatigue. Avant les recherches actuelles, les règles utilisées pour justifier la résistance à la fatigue étaient celles de l'Eurocode 3, adaptées aux structures mécano-soudées à partir d'éléments standard comme les tôles et profilés, principalement soumis à des sollicitations normales dans le matériau. Bien que considérée comme conservatrice, cette méthode se base sur des états de contraintes uniaxiaux.

Les composants de sécurité des installations à câbles ont des conceptions variées, combinant des constituants mécano-soudés, des profilés simples et des pièces forgées massives, avec des états de sollicitations pouvant être multiaxiaux. De plus, l'Eurocode prend en compte la contrainte moyenne de manière limitée, alors que certaines pièces subissent de fortes contraintes moyennes. Il est donc pertinent de reconsidérer l'utilisation de l'Eurocode 3 pour la vérification de la tenue en fatigue de ces structures, étant donné leur conception spécifique et les états multiaxiaux de contrainte, qui pourraient nuire à une évaluation correcte de leur résistance à la fatigue.

## 9 Compétences acquises

- Approfondissement du langage de programmation Matlab
- Apprentissage du langage de programmation Scilab
- Apprentissage du langage de rédaction Latex
- Apprentissage de l'utilisation du logiciel de calcul par éléments finis et de CAO SimCenter
- Apprentissage de l'utilisation du logiciel de figure géométrique GéoGebra

## 10 Missions de terrains

### 10.1 Caractérisation d'un coefficient de frottement pour une attache de câble pour un chariot de téléphérique bi-câble.

La première sortie s'est déroulée au CETIM. Le CETIM est un laboratoire de recherche qui effectue des tests pour plusieurs entreprises. Les entreprises cotisent ensemble pour obtenir des bancs d'essais et réaliser les essais dont elles ont besoin pour valider la théorie lorsque c'est nécessaire.

Le STRMTG peut être appelé à être présent lors de ces essais pour valider la cohérence du montage de l'essai avec la réalité. L'essai auquel j'ai pu participer était un essai qui permettait de caractériser le coefficient de frottement d'un matériau. Ce matériau allait être utilisé pour confectionner les attaches de câble pour un chariot de téléphérique bi-câble. C'est l'entreprise POMA qui avait besoin de réaliser cet essai afin de s'assurer du bon fonctionnement de leur appareil



FIGURE 65 – Photo du banc d'essai de la caractérisation de frottement pour une attache de câble

L'enjeu de l'essai était d'obtenir une valeur du coefficient de frottement suffisante pour retenir le téléphérique lors d'un freinage d'urgence. Lors de cette mission, j'ai pu découvrir la complexité et les problématiques de ce type d'essai que ce soit au niveau des appareils de mesure ou du montage en lui-même.



FIGURE 66 – Photo de l'échantillon de l'essai de caractérisation de frottement

## 10.2 Conformité du montage d'une gare de télésiège

Cette mission fût probablement la plus intéressante car elle m'a permis de voir concrètement tous les composants et le fonctionnement d'une gare motrice de télésiège. Visiter une gare de télésiège est très différent que de simplement l'utiliser lorsqu'on fait du ski. En découvrant tous les détails à l'intérieur de la gare, on se rend compte de la complexité de l'ouvrage. On y découvre de la belle ingénierie où tout a été réfléchi et optimisé pour améliorer le rendement et la sécurité de l'appareil.



FIGURE 67 – Photo de la gare vu de l'extérieur

Lors de cette visite j'étais accompagné de plusieurs agent du STRMTG dont Rémy et Benjamin. Beaucoup de détails ont piqué ma curiosité et j'ai pu poser toutes mes questions à Rémy et Benjamin qui ont su me répondre à chaque fois. Dans ce type d'appareil, tout est bien pensé et vérifié pour répondre aux normes de sécurité ce qui en fait un ouvrage de qualité. Du fait de l'utilisation de plaisance dans un environnement souvent hostile qu'est la montagne, les normes sont exigeantes. Cela rend la conception beaucoup plus intéressante et challengeante pour les ingénieurs études. Ce sont des appareils très intéressant à étudier et à concevoir.



FIGURE 68 – Photo de la gare vu de l'intérieur

### 10.3 Journées mobilités du réseau scientifique et technique

Au cours de mon stage, on m'a proposé de partir à Toulouse pour suivre les journées mobilités du réseau scientifique et technique. Lors de ces journées, des intervenants de l'UGE, du CETU et du STRMTG se proposent pour présenter des sujets techniques et scientifique en cours de développement. Ce sont des sujets qui tournent principalement autour de la mobilité urbaine. Ces présentations permettaient de mettre en avant les enjeux auxquels les secteurs qui travaillent dans la mobilité urbaine doivent faire face.



FIGURE 69 – Accueil et ouverture des JMRST

Ces journées n'avaient à première vue pas de lien direct avec le travail que j'ai réalisé au sein du STRMTG. Cependant, en participant à ces journées j'ai eu l'occasion d'enrichir ma culture générale et scientifique. En plus du contenu passionnant des présentations, j'ai pu en apprendre beaucoup sur la forme éducative que devait prendre une présentation scientifique. Pour rapidement capter son auditoire et transmettre des connaissances techniques, l'intervenant devait judicieusement choisir ces mots afin de garder l'attention du public et de ne pas le perdre dans un vocabulaire technique beaucoup trop complexe. Ces présentations qui prenaient une forme pédagogiques furent très instructives.

En plus des présentations qui défilaient au cours des ces journées mobilités, des ateliers étaient proposés. J'ai pu découvrir l'envers du décor des chaînes de production de Airbus. Le paysage industriel de ces grands hangars était impressionnant à voir. C'était à nouveau une expérience enrichissante remplie de connaissances et de savoirs techniques et scientifiques.



FIGURE 70 – Visite Airbus dans le cadre des JMRST

La mobilité est un sujet qui nous concerne tous car nous la cotoyons au quotidien. Ce fût très intéressant de rencontrer toutes ces personnes qui oeuvrent derrière les futures innovations en terme de mobilité. Cela m'a aussi permis de me projeter en tant que porte parole dans mes futurs projets et par la suite d'améliorer ma pédagogie pour transmettre des sujets techniques complexes.

## Références

1. Benjamin Causse, Rémy Bernot, Noé Poyet, Françoise Fauvin, Pierre-Henri Maniouloux, Nicolas Fleurisson, Jean-Christophe Roux, and Eric Feulvarch "*Multiaxial fatigue on cableway installations components : use of the Dang Van criterion based on detail categories of EN 1993-1-9 standard.*", Fatigue Design 2023 (FatDes 2023)
2. J. Mandel, J. Zarka et B. Halphen "*Adaptation d'une structure elastoplastique à écrouissage cinématique*", Laboratoire de M@canique des Solides, Ecole Polytechnique, 91120 Palaiseau, France (1977)
3. Françoise Fauvin, Jean-Christophe Roux, Pierre Monnet , Eric Feulvarch "*Fast estimation of the shear stress amplitude for fatigue life analysis of metals*" (2020)
4. K. Dang Van, B. Griveau, O. Message "*On a New Multiaxial Fatigue Limit Criterion : Theory and Application*"(1989)
5. Aliou Badara Camara, Fabienne Penneç, Emmanuel Laurans, Vincent Peyronnet, Jean-Louis Robert, Abdelhamid Bouchaïr, "*Influence du type de démarche de fatigue multiaxiale sur la prévision de durée de vie d'un assemblage boulonné*" (2020)
6. Ky Dang Van, Andre Bignonnet and Jean-Luc Fayard "*Assesment of welded structures by a structural multiaxial fatigue approach*", Laboratoire de Mecanique des Solides, Ecole Polytechnique, 91128, Palaise'au, France, PSA Peugeot Citroen, Route de Gizy, 78943, Velizy-Villacoublay Cedex, France, 2003.
7. A. Bernasconi, I.V. Papadopoulos, "*Efficiency of algorithms for shear stress amplitude calculation in critical plane class fatigue criteria*", Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano, Via La Masa 34, I-20156 Milano, Italy, European Commission, Joint Research Centre, IPSC, I-21020 Ispra (VA), Italy, Received 7 July 2004 ; received in revised form 25 November 2004 ; accepted 24 January 2005.
8. K. Dang Van et H. Maitournam, "*Fatigue polycyclique des structures MS 203*", Decembre 2006.
9. P. Davoli, A. Bernasconi, M. Filippini, S. Foletti, I.V. Papadopoulos, "*Independence of the torsional fatigue limit upon a mean shear stress*", 2003